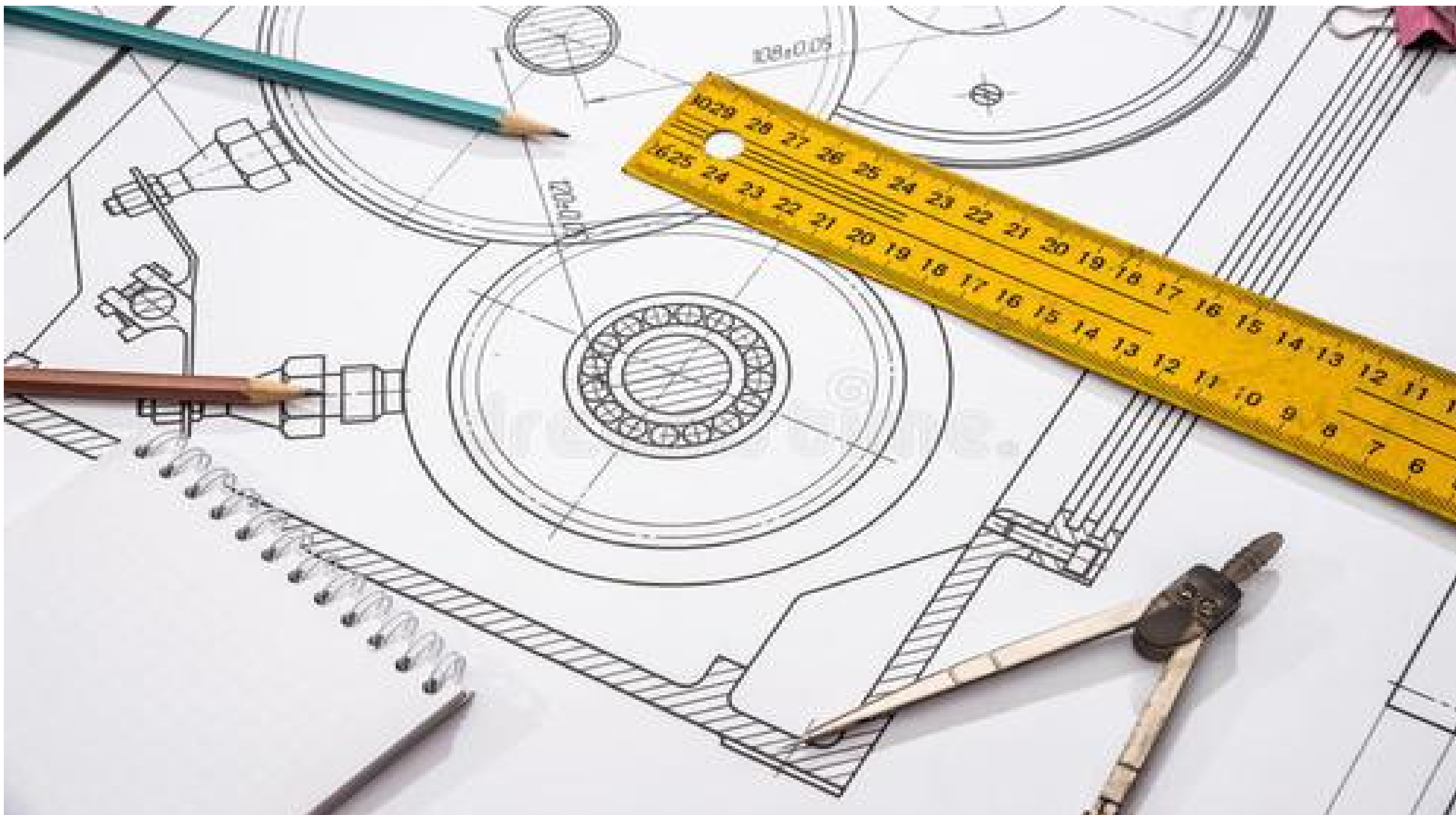
测量误差与实验数据处理



一、实验课前预习：

预习实验教程及实验报告中与本实验相关的全部内容。

- **课堂实验**

✓ 带实验教程、实验报告

✓ 教师讲解

✓ 必须在了解仪器的工作原理、使用方法、注意事项的基础上，方可进行实验。

✓ 仪器安装调试后经教师检查无误后方可进行实验操作。发现问题及时与教师沟通。

- **完成实验报告：** 当堂完成
- **仪器整理及实验室卫生**
- **成绩记录**
- **完成测量误差与实验数据处理习题**

二、测量的意义和分类

- 科学实验的基本任务：对一系列量进行科学测量。
- 测量：为确定被测量对象的量值而进行的将待测量与标准同类量比较的过程。

测量
- 直接测量：凡使用量具或仪器能直接测出待测量的测量。
- 间接测量：在一系列直接测量的基础上，必需通过函数计算才能得出待测量量值的测量。

Q.我们接触过哪些测量？哪些是直接测量？哪些是间接测量？

三、误差及其分类

- 误差**ΔN**：测量值与真值之间的差异。

$$\Delta N = N - N_0$$

真值N_0：反映某一物理量客观存在的量值。

- 测量的目的：追求测得真值，但真值是不可知的。

由于真值不可知，误差也就不可知，只能是合理的估算。误差也称不确定度。测量与误差是形影不离的。

若考虑到各种引起误差的因素互相加强的不利情况，通常会将误差估算大一些。

任何测量都不可避免的存在误差，误差的大小反映了测量的准确程度。

误差分类（系统误差、偶然误差、粗大误差）

1.系统误差—同一被测量的多次测量过程中，保持恒定或以可预知方式变化的测量误差的分量。

来源：①仪器固有缺陷；

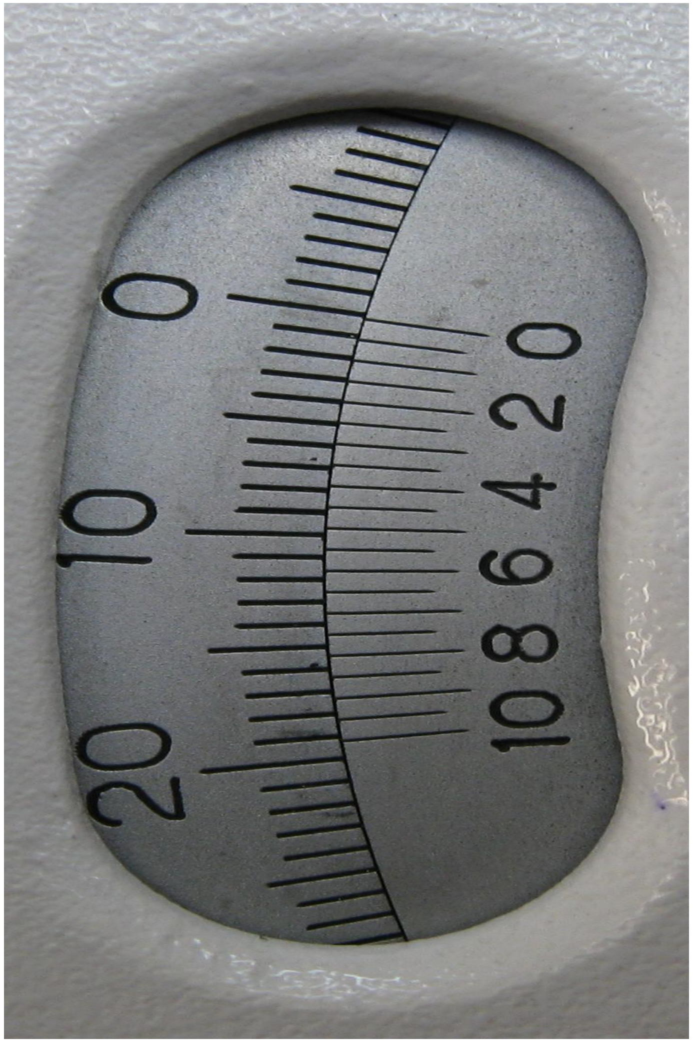
②实验理论近似或方法不完善；

③实验环境、测量条件不合要求；

④操作者生理或心理因素。

特点：确定性，可用特定方法来消除或减小。

例：圆游标的偏心差问题（精度0.05°）



0.20

转轴

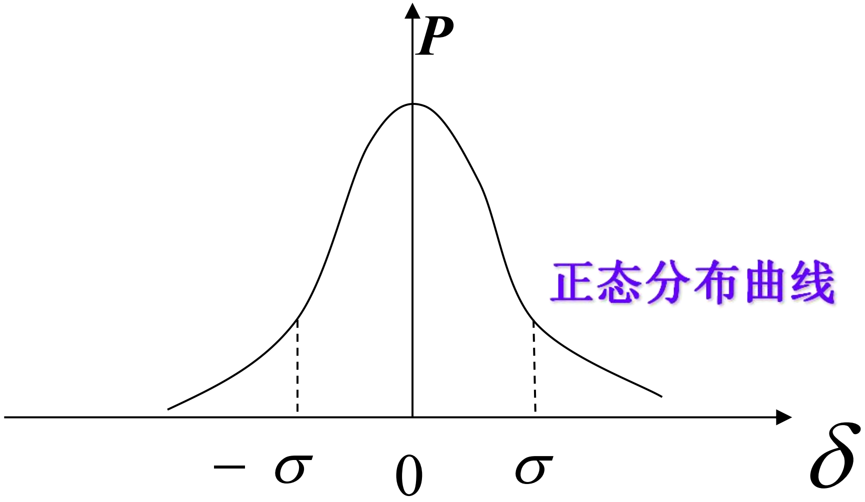
0.25

2.偶然误差（随机误差）：

在同一条件下多次测量同一物理量时，测量值总是有稍许差异而且变化不定，即便消除了系统误差，各次测量值也将由于诸多偶然因素的影响而出现随机的变化。

特点：（a）测量次数不多情况下随机误差没有规律;

（b）大量测量时随机误差服从统计规律，很多服从正态分布。



单峰性

对称性

有界性

正态分布 特点:

（1）绝对值小的误差出现的概率大

（2）绝对值相等的正负误差出现的概率相等

（3）绝对值很大的误差出现的概率趋于零

误差来源:

环境条件

测量仪器

测量人员等

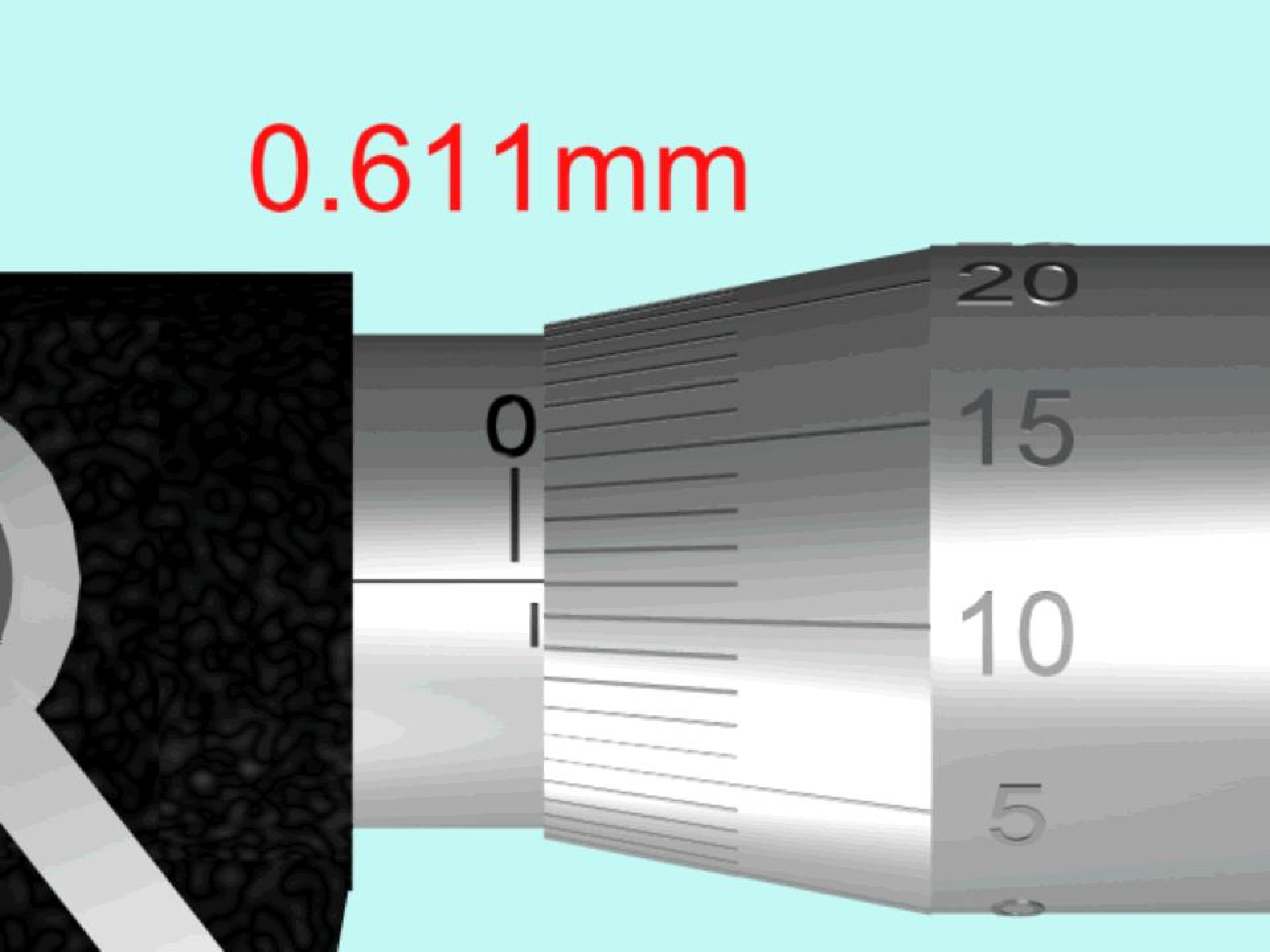
曲线下面积为1，曲线越窄，峰越高，随机误差越小。

减小偶然误差的基本方法:

增加测量次数，多次测量取平均值

$$\boxed{\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

最佳值，近真值


0.611mm
0
20
15
10
5

3.过失误差（粗大误差）：实验人员过失导致的误差。

- 读数错误
- 计算错误
- ……

特点：可以避免，处理数据时应将其剔除。

四、直接测量误差的表示方法

1、多次测量的误差

算术平均值：在相同条件下对某物理量N进行了n次重复测量（等精度测量），其测量值分别为N_1、N_2、……、N_n，则算术平均值为：

$$\overline{N}=\frac{1}{n}(N_1+N_2+\ldots+N_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}N_i$$

近真值

算术平均值最接近于真值，称近真值（最佳值），并将它作为该实验测量的测量结果。

（1）平均绝对误差

各次测量值的绝对误差：

$$\Delta N_i = \left| N_i - \overline{N} \right| (i = 1,2,\dots, n)$$

平均绝对误差：$\Delta N = \frac{1}{n}(\Delta N_1 + \Delta N_2 + \dots\cdot + \Delta N_n)$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta N_i$$

平均绝对误差一般只取一位！

将平均绝对误差作为该实验测量的误差。

测量结果的表示：$N = \overline{N} \pm \Delta N$

（2）相对误差（百分误差）

问:有了绝对误差，为什么还要引入相对误差呢？

答:绝对误差反映的是误差本身的大小，但它不能反映误差的严重程度。

例:两个绝对误差如下，哪个大，哪个严重？

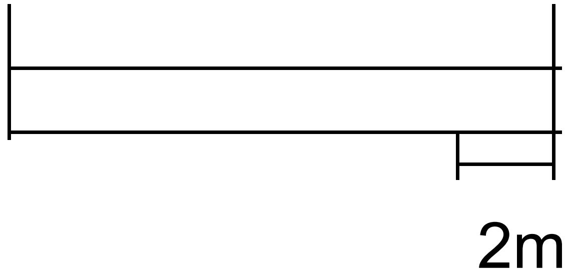
2m

20m

我们不知道它们是在什么测量中产生的，所以难以回答。

如果它们分别对应下面两个测量，情况又怎样？

100米跑道



地月间距

38.4万公里

相对误差（百分误差）：

$$E=\frac{\Delta N}{\overline{N}}=\frac{\Delta N}{\overline{N}}\times 100\%$$

相对误差一般取一到两位数字！

注意：绝对误差大的，相对误差不一定大

例：用精度0.1mA的万用表对某电流进行等精度测量，4次测量值分别为：3.25mA,3.24mA,3.23mA和3.21mA。

$$\overline{N}=\frac{3.25+3.24+3.23+3.21}{4}=3.23(mA)$$

3.2325

$$\Delta N=\frac{0.02+0.01+0.00+0.02}{4}=0.01(mA)$$

0.0125

$$E=\frac{\Delta N}{\overline{N}}=\frac{0.01}{3.23}\times 100\%=0.31\%$$

0.309…%

$$N=\overline{N}\pm\Delta N=3.23\pm 0.01(mA)$$

2. 单次测量的误差

特例：重复测量n次，若测量值恰巧不变

例：用精度0.1mm的游标卡尺测量某一物体的长度，3次测量值分别为12.60mm,12.60mm,12.60mm，其平均绝对误差估计为?

0.05mm

绝对误差估计为：仪器最小分度值的一半。

五、间接测量的误差计算

1、加减法运算中的误差

若 $N = A \pm B$

则 $\overline{N} = \overline{A} \pm \overline{B}$　$\Delta N = \Delta A + \Delta B$

结论：和差运算的绝对误差等于各直接测量量的绝对误差之和。

$$E = \frac{\Delta N}{\overline{N}} = \frac{\Delta A + \Delta B}{\overline{A} \pm \overline{B}}$$

加减运算:先计算绝对误差，后计算相对误差。

2、乘除法运算中的误差

若： **N=A×B或N=A/B，**

则： $\overline{N} = \overline{A} \cdot \overline{B}$ 或 $\overline{N} = \overline{A} / \overline{B}$

$$E = E_A + E_B = \frac{\Delta A}{\overline{A}} + \frac{\Delta B}{\overline{B}}$$

$$\Delta N = E \cdot \overline{N}$$

结论：乘除运算的相对误差等于各直接测量量的相对误差之和

乘除运算:先计算相对误差，后计算绝对误差。

[例]液体粘度的测量。

蒸馏水（ρ_1； η_1）： $t_1 = \overline{t_1} \pm \Delta t_1 = 89.16 \pm 0.05(s)$

$t_2 = \overline{t_2} \pm \Delta t_2 = 110.25 \pm 0.08(s)$

酒精（ρ_2； $\eta_2 = ?$ ）： $\overline{\eta_2} = \dfrac{\rho_2 \cdot \overline{t_2} \cdot \eta_1}{\rho_1 \cdot \overline{t_1}}$

解：

$$E_2 = \frac{\Delta \eta_2}{\overline{\eta_2}} = \frac{\Delta t_1}{\overline{t_1}} + \frac{\Delta t_2}{\overline{t_2}} =$$

$$\Delta \eta_2 = E_2 \times \overline{\eta_2} =$$

$$\eta_2 = \overline{\eta_2} \pm \Delta \eta_2 =$$

六、有效数字及其运算

数据记录的基本原则：科学实验的数据均用有效数字记录，且一般只记录到刚开始发生误差的那一位数字。

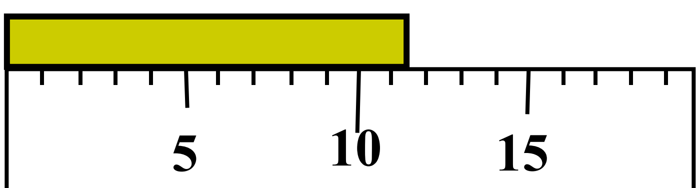
1、有效数字的概念

测量结果中**可靠的几位数字**加上**可疑的一位数字**统称为测量结果的有效数字。

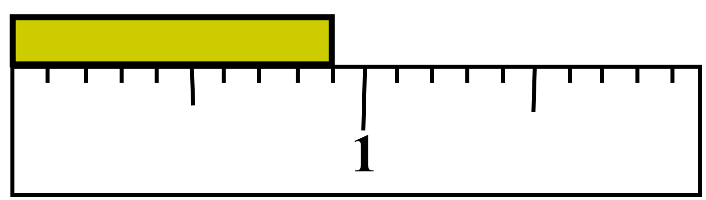
2、直接测量时有效数字的记法

（1）仪器最小刻度是“1”或“1×10^{n}”的（十等分仪器），记录到最小分度值的下一位。（例外：体温表）

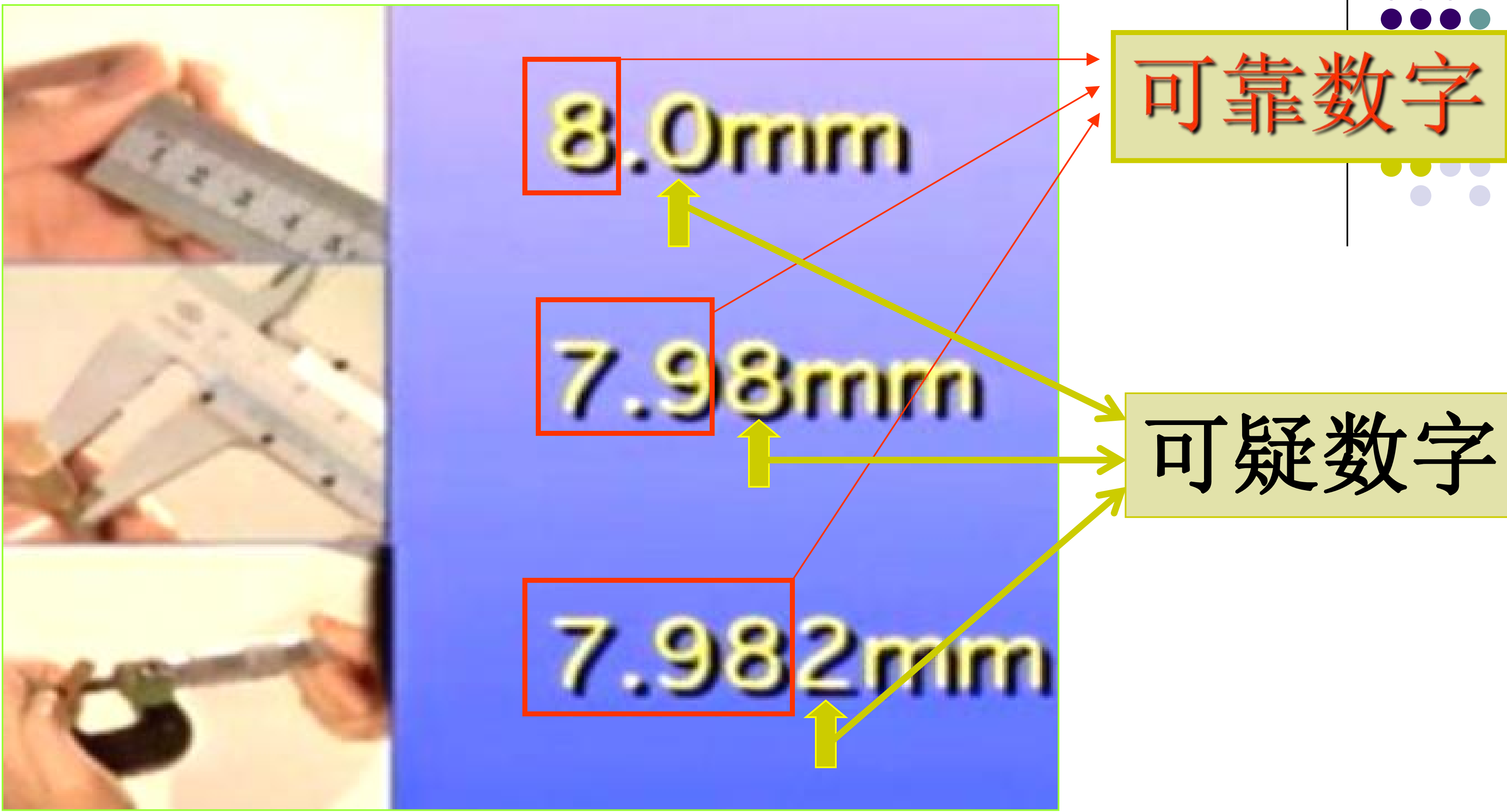
例图示测量数值为：



11.5



0.90

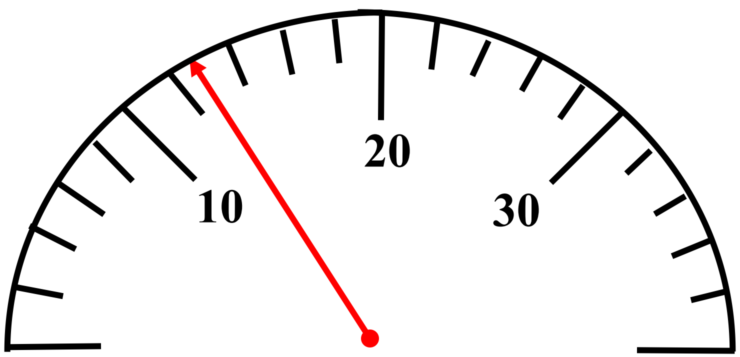


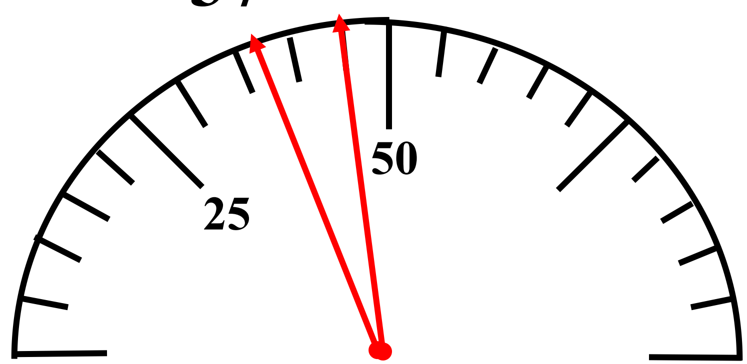
有效数字——测量中得到的全部可靠数字和一位可疑数字 (欠准数字）。

（2）仪器最小刻度是“2”和“5”的（二等分或五等分仪器），只记到最小分度所表示的那一位。

例：

37



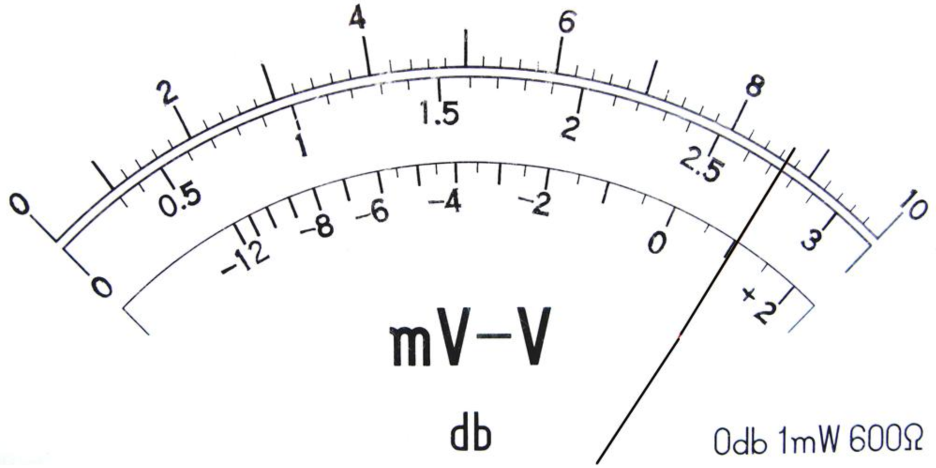


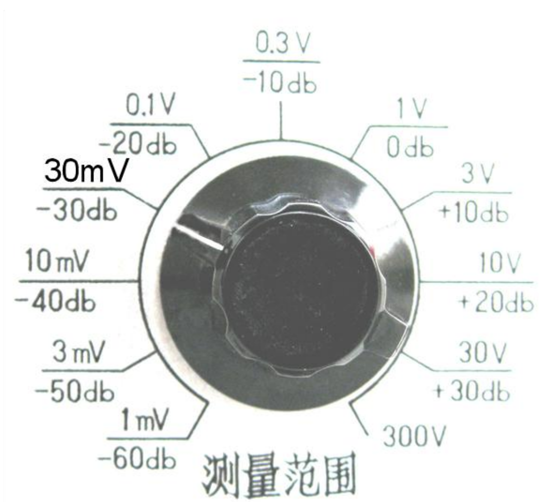
13

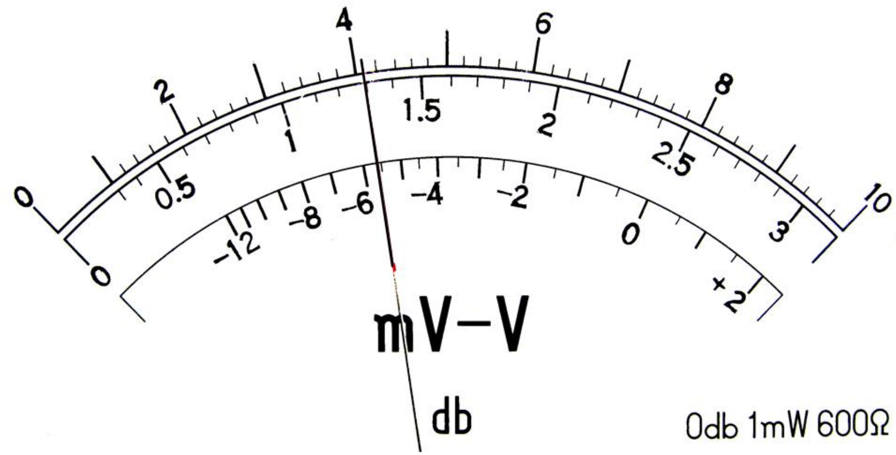
45

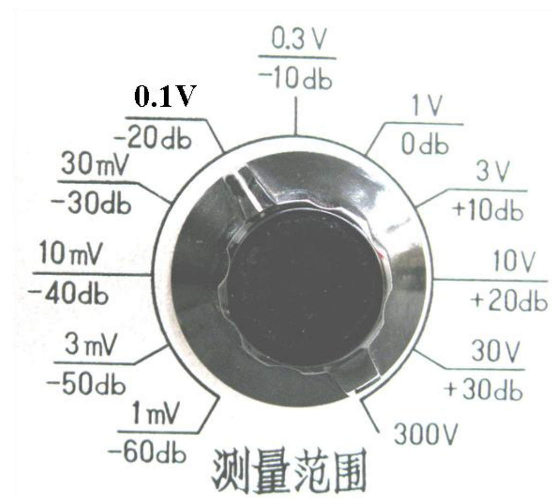
（3）数显仪表及步进式标度盘的仪表（电阻箱、电桥、电位差计、数字电压表等）一般应直接读取仪表的示值。

晶体管毫伏表的读数









左表读数 **27.4** mV

右表读数 **40** mV

对有效数字应注意以下几点：

(1)测量结果的有效数字与数学中的数字的含义不同。

$$3.25m \quad 3.250m \quad 3.2500m$$

量结果后面的“0”不能随意加减，否则将人为改变有效数字，也即改变了测量精度。

(2)单位变化了，有效数字的位数不变。

$$3.60cm = \underline{0.0}360m = 3.60\times10^{-2}m = 3.60\times10^{7}nm$$

可见，用以表示小数点位置的“0”不是有效数字。

(3)当结果数字很大或很小时，一般可用科学计数法表示。

3. 有效数字的运算规则

一般只保留一位(最多二位)可疑数字，去掉第二位及之后的可疑数字时要用“四舍六入五前凑偶”法。

尾数处理：对于大量数据测量来说，四舍五入会导致入的概率大于舍的概率。因而，常对有效数字采用“**四舍六入五前凑偶**”的数据处理法则。

注意：若“5”后有不为零的数则视为大于5，必入！

如：3.935 取三位有效数字，结果为：3.94

3.925 取三位有效数字，结果为：3.92

2.049 取两位有效数字，结果为：2.0

0.0153 取一位有效数字，结果为：0.02

0.0253 取一位有效数字，结果为：0.03

（1）有效数字的加减运算：

运算结果的**可疑数字**与参与运算的数据中最早出现(位次最高)的**可疑数字对齐**。

$25.11+12.7957=37.91$

$$
\begin{array}{rl}
 & 25.1\underline{1} \\
+） & 12.795\underline{7} \\
\hline
 & 37.9\underline{0}\,\underline{5}\,\underline{7}
\end{array}
$$

$25.11-12.7957=12.31$

$$
\begin{array}{rl}
 & 25.1\underline{1} \\
-） & 12.795\underline{7} \\
\hline
 & 12.3\underline{1}\,\underline{4}\,\underline{3}
\end{array}
$$

几个数相加减时，选用精度相同的仪器较为合理。

（2）乘除运算：

运算结果的可疑数字的位数取参与运算的数据中最少的有效数字位数。

$$25.11 \div 3.5 = 7.2$$

$$25.11 \times 3.5 = 88$$

$$\begin{array}{r} 25.11 \\ \times)\quad 3.5 \\ \hline 12555 \\ 5333 \\ \hline 7885 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7.17 \\ 35\,\overline{)\,251.1} \\ 245 \\ \hline 61 \\ 35 \\ \hline 260 \\ 245 \\ \hline 15 \end{array}$$

（3）乘方、开方运算

规则：运算结果的有效数字位数取为底数的有效数字位数。

$$\sqrt{32.8} = 5.73 \qquad 100^2 = 1.00 \times 10^4$$

（4）对数和三角函数的取值

对数的有效位数与其真数的位数相同;

三角函数的有效位数与对应的角度的位数相同。

例：$\sin 30.0^\circ = 0.500$

（5）常数如π、e、$\sqrt{2}$ 等，其有效位数与位数最少的因子相同。但纯数学数字不作有效数字处理。

例：$\pi \times 1.0 = 3.1$

例：$V = \frac{1}{4}\pi D^2 \cdot h$

(6)有效数字和误差的关系

- 测量值有效数字的末位，要和绝对误差所在的那一位对齐。

- 例：I=3.50±0.02（A）　　√
- I= 3.50±0.002（A ）　　×
- I=3.50±0.2（A ）　　×

科学实验中常见：

I=3.50±0.20（A）

七、实验数据的表记和图示

1、列表记录

列表记录是将实验上得到的数据按一定的规律列成表格。

例：测量圆柱体直径*D*和高度*h*数据表（游标分度0.002cm）

物理量的名称(符号)和单位

所有有效数字正确

次数	D_i(cm)	$\lvert \Delta D_i \rvert$(cm)	h_i(cm)	$\lvert \Delta h_i \rvert$(cm)
1	2.234	0.000	6.352	0.002
2	2.230	0.004	6.350	0.000
3	2.232	0.002	6.354	0.004
4	2.234	0.000	6.348	0.004
5	2.238	0.004	6.348	0.004
6	2.236	0.002	6.348	0.002
平均	2.234	0.002	6.350	0.002

八、实验曲线的描绘

实验曲线可形象、直观地显示出物理量之间的函数关系，也可用来求某些物理参数，因此它是一种重要的数据处理方法。作图时要**先整理出数据表格**，并要**用坐标纸作图**。

- **作图步骤**：实验数据列表如下.

举例如下：

表1：伏安法测电阻实验数据

$U\,(V)$	0.74	1.52	2.33	3.08	3.66	4.49	5.24	5.98	6.76	7.50
$I\,(mA)$	2.00	4.01	6.22	8.20	9.75	12.00	13.99	15.92	18.00	20.01

1.根据数据范围选择合适的坐标分度值，确定坐标纸的大小

坐标分度值的选取应能反映测量值的有效数字。

根据表 1 数据U轴可选1mm对应于?V，

I轴可选1mm对应于?mA。

2. 标明坐标轴：

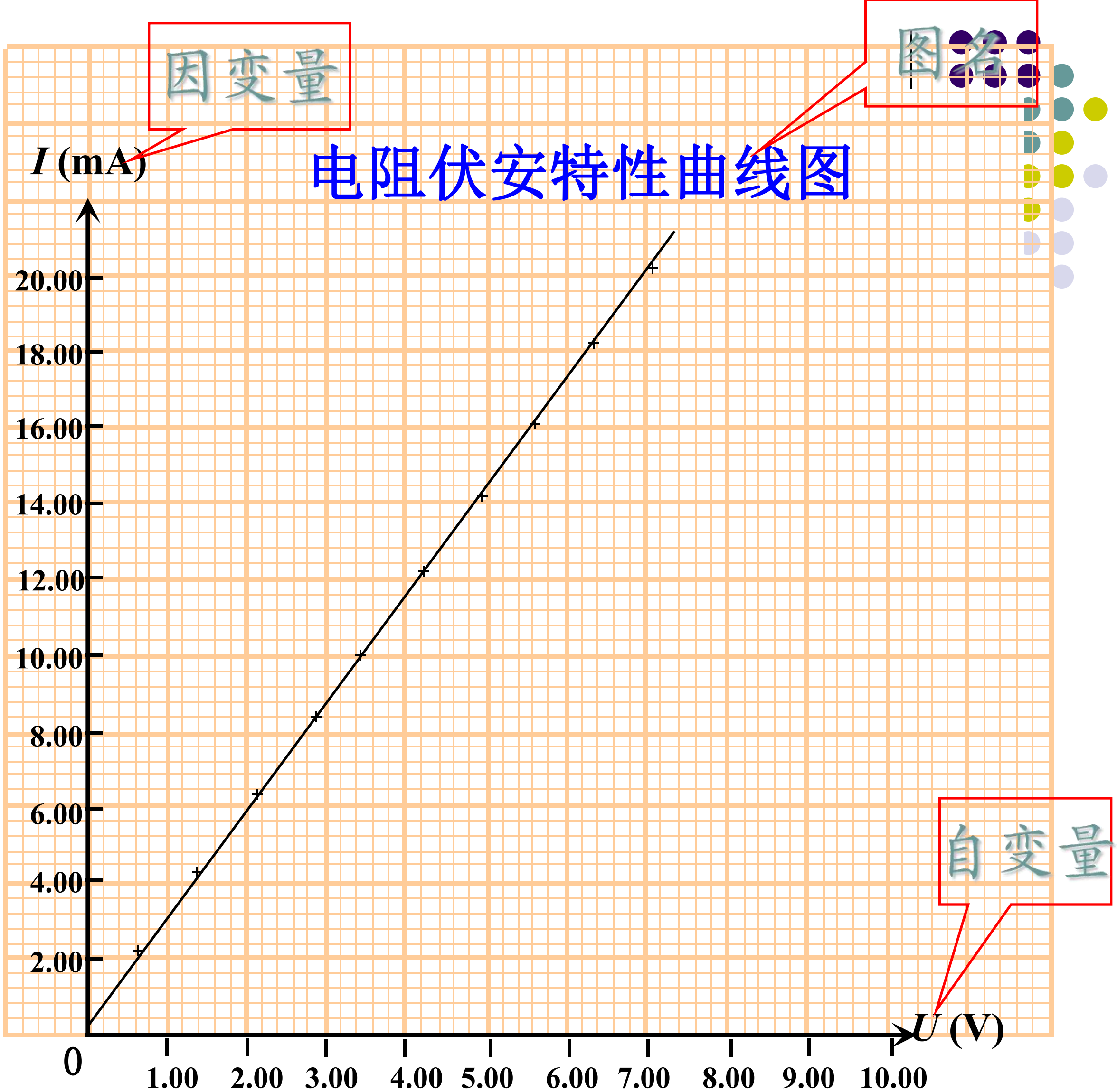
用粗实线画坐标轴，用箭头标轴方向，标坐标轴的名称或符号、单位，再按顺序标出坐标轴整分格上的量值。

3.标数据点：

实验点可用“＋”、“○”、“●”等符号标出（同一坐标系下不同曲线用不同的符号）。

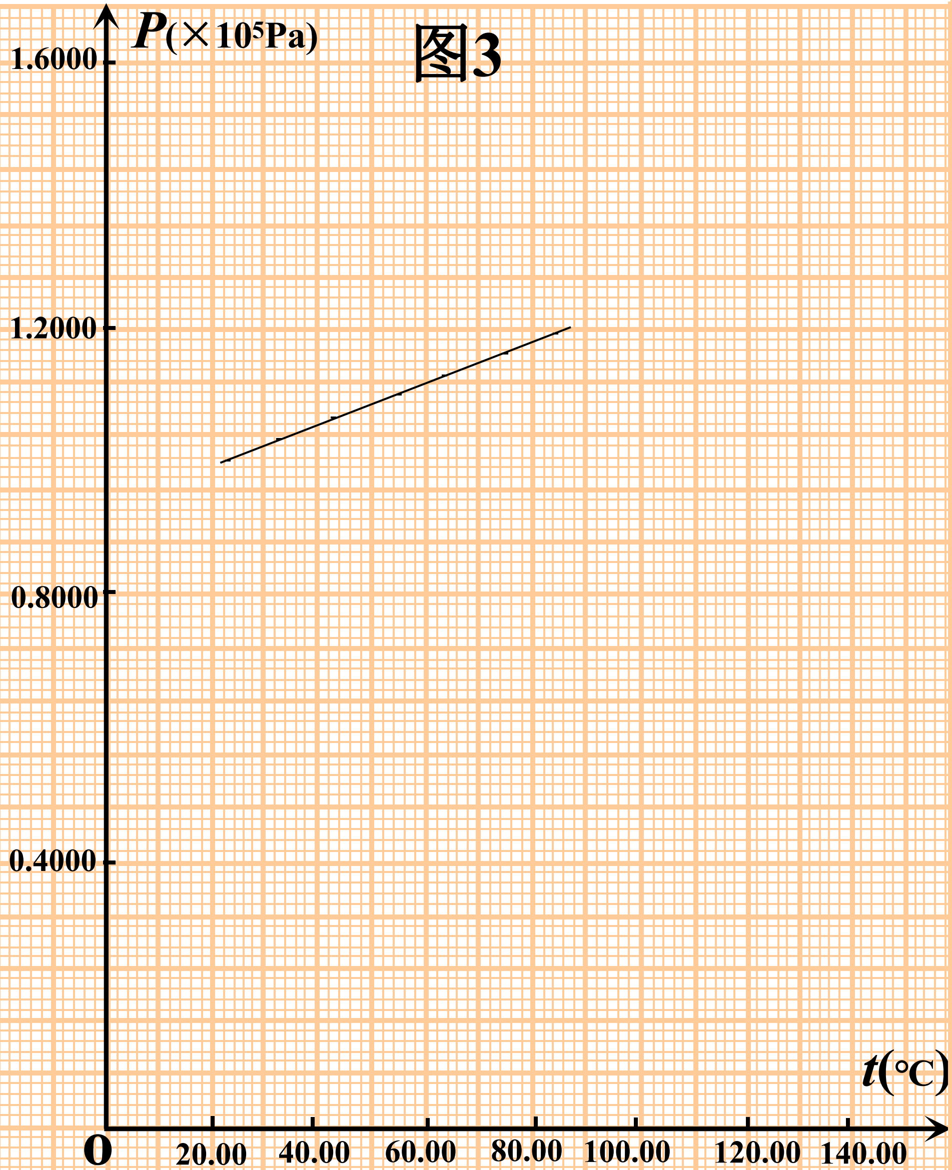
4. 连成图线：

用直尺、曲线板等把点连成直线、光滑曲线。一般不强求直线或曲线通过每个实验点。

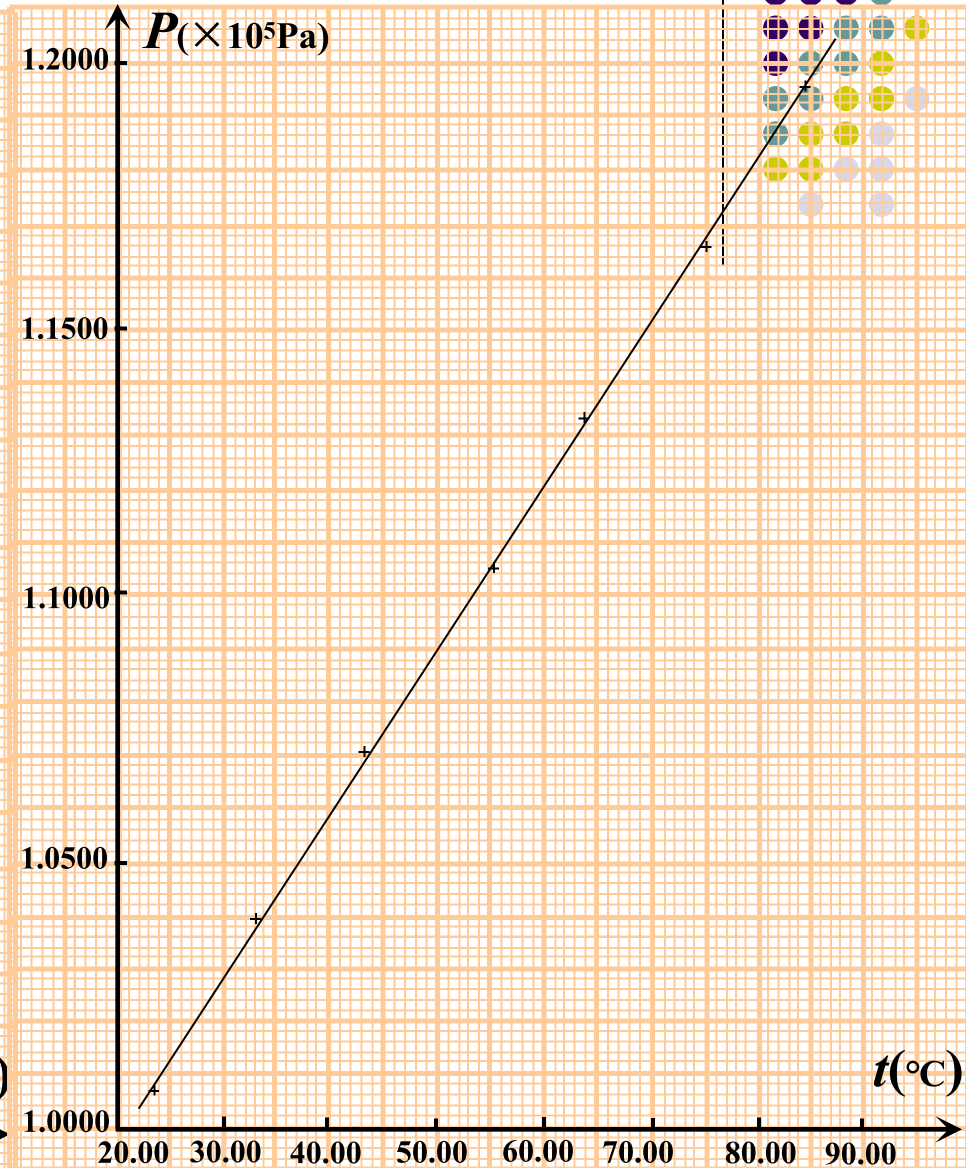


电阻伏安特性曲线图

图3



压强～温度曲线



压强～温度曲线

- 应用有效数字运算规则计算下列各题
- (1)$236.2+2.502=$ **238.7**
- (2)$32.55-1.3=$ **31.2**
- (3)$\pi\times1.0=$ **3.1**
- (4)$5.5\times10^2-2.50=$ **5.5×10^2**
- (5)$2.375\div0.10=$ **24**
- (6)$6243\times10=$ **6.2×10^4**