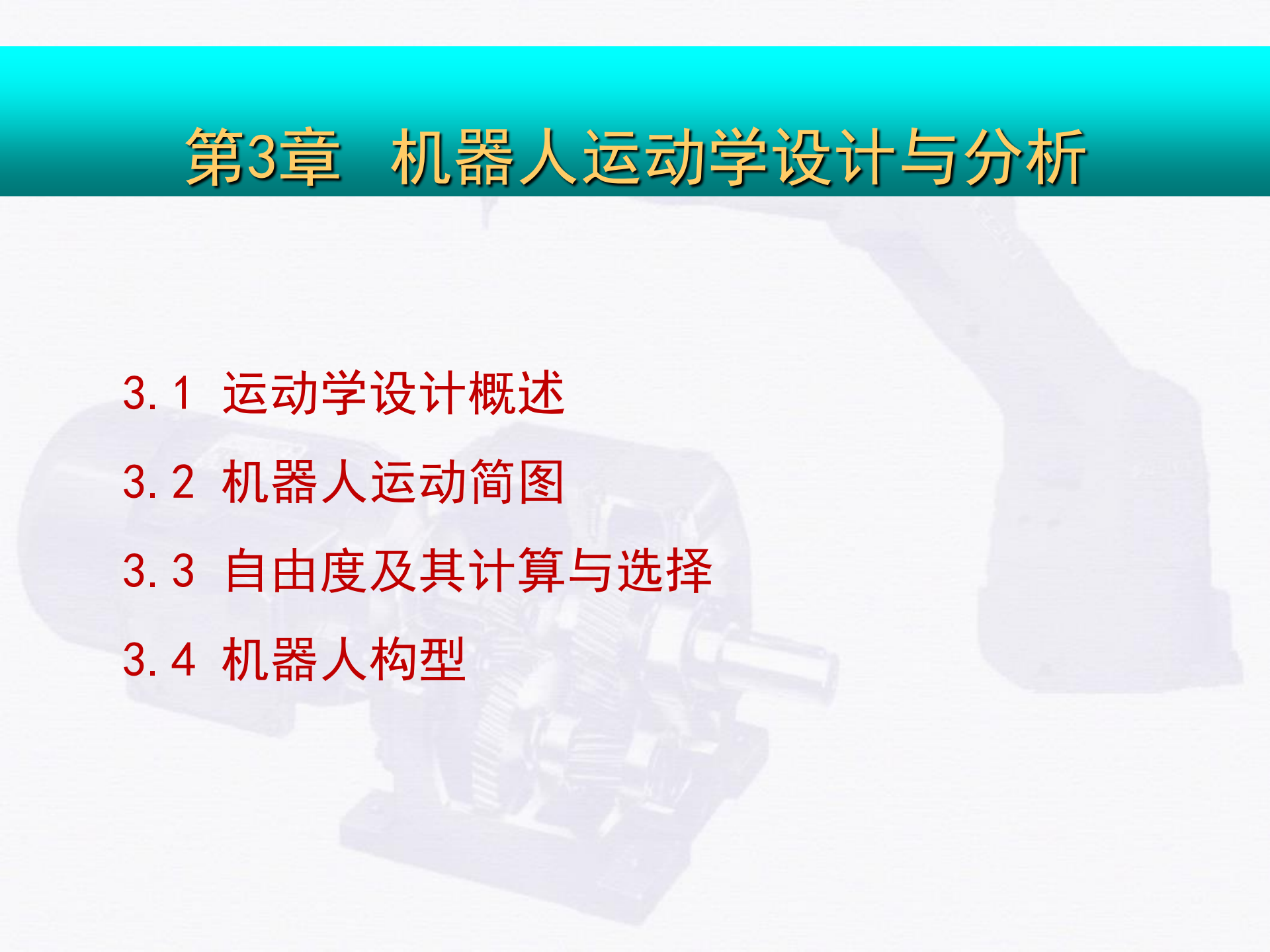


第3章 机器人运动学设计与分析

- 3.1 运动学设计概述
- 3.2 机器人运动简图
- 3.3 自由度及其计算与选择
- 3.4 机器人构型



本章重点与难点

重点：

1. 自由度及运动副基本知识；
2. 常见机器人的机构简图的绘制、机器人关节自由度结构示意图的表达及自由度的计算；
3. 机器人自由度确定的原则
4. 机器人工作空间的形成、特点及性能指标

难点：

1. 机器人的机构简图的绘制、机器人关节自由度结构示意图的表达及自由度的计算；
2. 机器人工作空间的形成及确定

3.1 运动学设计概述

本章由两部分组成，第一部分简要地介绍按运动性能要求来确定机器人构形的运动学设计，第二部分是对机器人进行运动分析，以判断机器人是否能满足工程上提出的运动性能要求。这部分内容将包括运动方程的建立、求解、速度、加速度的分析、工作空间和轨迹规划等(工业机器人已讲?)。

机器人运动学设计概述机器人运动学设计指的是根据对机器人的运动性能要求，来选择机器人的自由度和构形。一旦机器人的工作任务确定后，就可以对机器人提出运动性能要求，进行机器人运动学设计，它是机器人设计过程中很重要的一步，因为通过它确定了机器人的雏形。运动学设计具有很大的选择余地，它仅有很少的原则可供遵循。



3.2 机器人运动简图

3.2.1.自由度基本知识

1. 平面机构的自由度：机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数的数目。

机构具有确定运动的条件： $F \geq 0$ ，主动件数=自由度

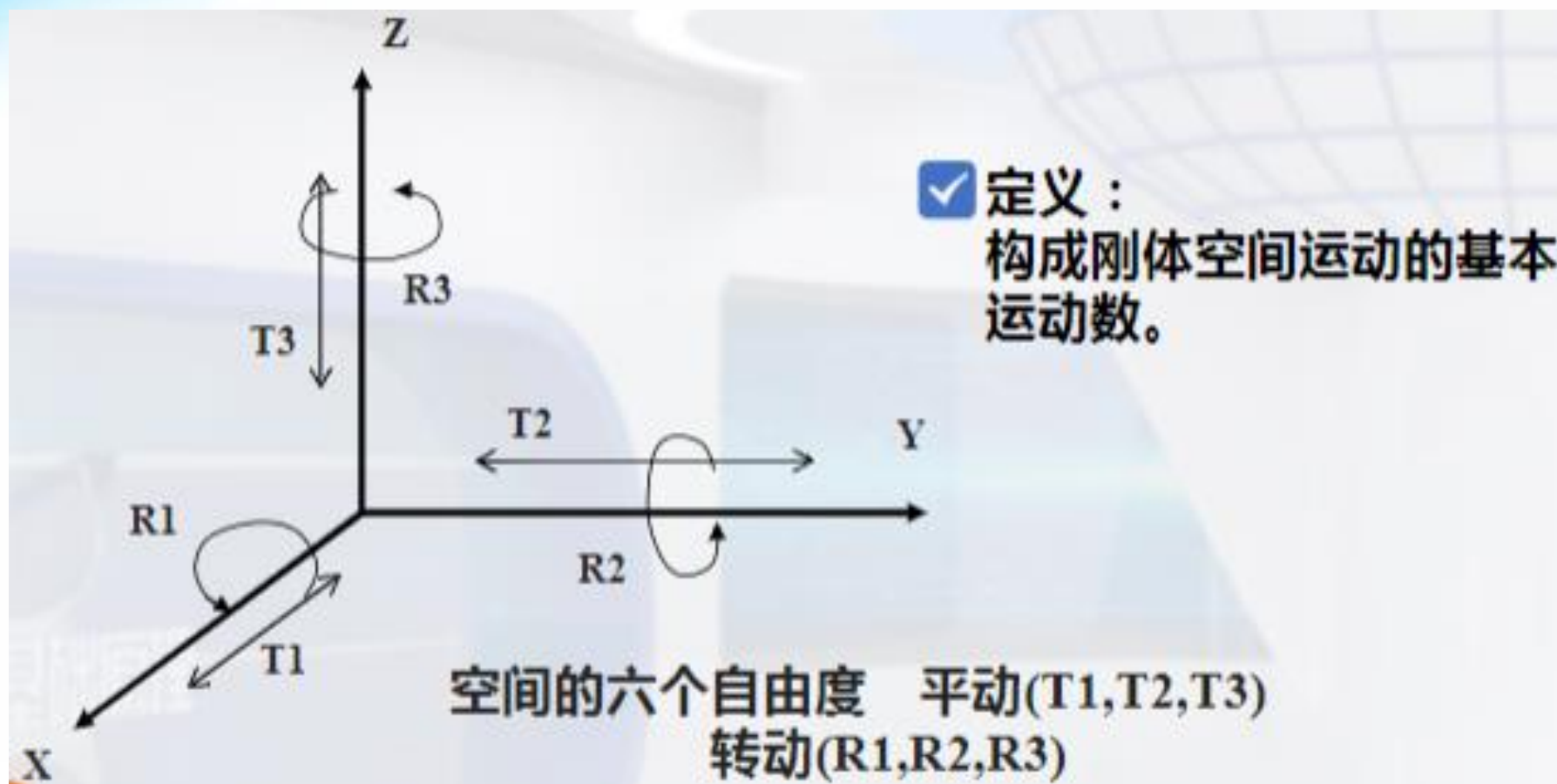
注意：以上定义适用于刚性机构，对于柔性机构有不同的定义。

2. 空间机构的自由度(刚体的自由度)：刚体能够对坐标系进行独立运动的数目，是确定机构位形所需的独立参数的数目。

思考：一个刚体最多具有??个自由度，分别是？



思考：一个刚体最多具有?? 个自由度，分别是？



- 1 允许机器人手臂各零件之间发生相对运动的机构。
- 2 关节之中，凡单独驱动的称主动关节，反之，称从动关节。
- 3 凡单独驱动的主动关节数称作操作机的自由度数目。

自由度与机动度

自由度

刚体的自由度

机构自由度

机器人的自由度

机动度

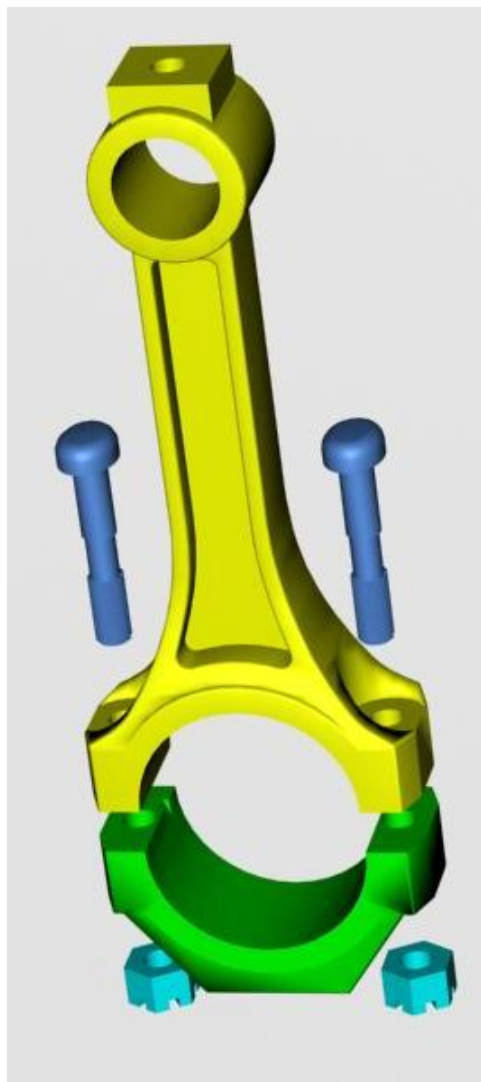
机动度是关节的相对属性，关节越多，机动度越高。而自由度不是。

1) 构件(link)

机器中每一个独立的运动单元体称为一个“构件”。

零件(component)

机器中每一个单独加工制造的单元体称为一个“零件”。



3.2.2 运动副 (kinematic pair)

由两个构件直接接触组成的**可动的联接**称为运动副(关节)。

1. 运动副的分类

根据**运动副所引入约束的数目**进行分类:

I级副---引入一个约束

II级副---引入两个约束

依此类推, 尚有III级副、IV级副和V级副。

按**运动副元素保持接触(封闭)**的方式, 分为:

几何封闭(形封闭)---用构件的形状产生的几何约束封闭。

力封闭---用重力、弹簧力、气液压力等来封闭。

根据构成运动副的**两构件的接触情况**进行分类：

高副---两构件通过点或线的接触：齿轮副、凸轮副

低副---两构件通过面接触：轴与轴承间、螺旋副

常见的六种低副机构



旋转副



移动副



圆柱副



平面副



螺旋副



球面副

按构件之间的**相对运动形式**分为：

平面运动副--两构件之间的相对运动为平面运动

空间运动副--两构件之间的相对运动为空间运动

根据构成运动副的**两构件之间的相对运动**的不同来分类：

转动副(回转副，平面**铰链**)--两构件之间的相对运动为转动

移动副---相对运动为移动的运动副

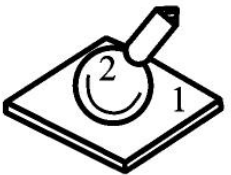

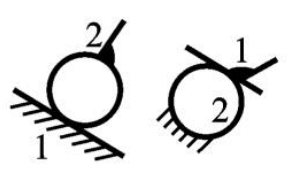
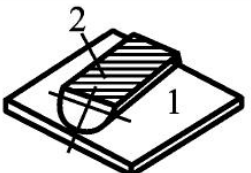
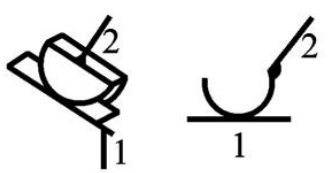

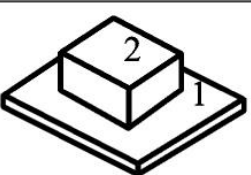
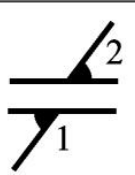
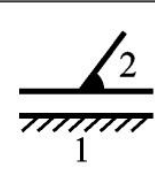

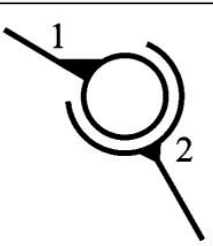
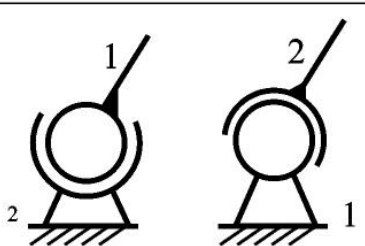
螺旋副---相对运动为螺旋运动的运动副


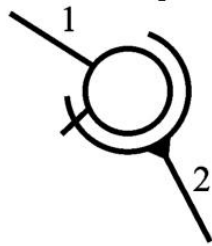
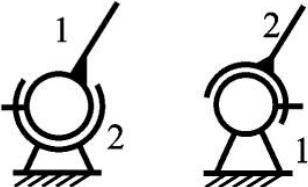
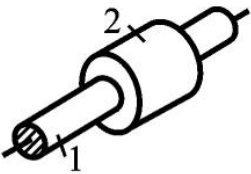
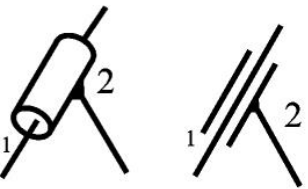
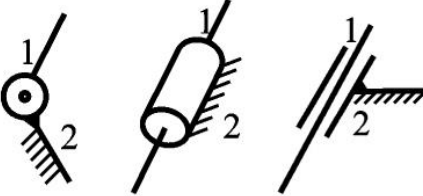
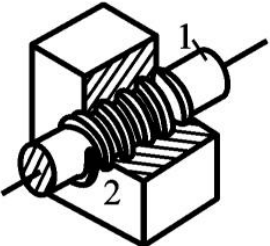
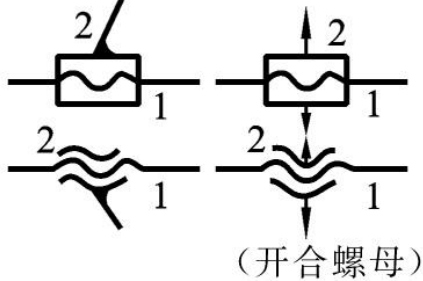
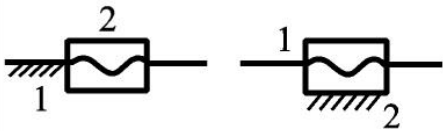
球面副---相对运动为球面运动的运动副

2.空间运动副及符号

R	转动副
P	移动副
C	圆柱副
S	球面副
H	螺旋副

空间运动副的模型及符号

运动副名称及代号		运动副模型	运动副级别及封闭方式	运动副图形符号	
				两运动构件构成的运动副	两构件之一为固定时的运动副
空间运动副	点高副		I 级副 力封闭		
	线高副		II 级副 力封闭		
	平面副 (F)		III 级副 力封闭		
	球面副 (S)		III 级副 几何封闭		

运动副名称及代号		运动副模型	运动副级别及封闭方式	运动副图形符号	
				两运动构件构成的运动副	两构件之一为固定时的运动副
空间运动副	球销副		IV级副 几何封闭		
	圆柱副 (C)		IV级副 几何封闭		
	螺旋副 (H)		V级副 几何封闭		

运动副

多自由度

单自由度

圆柱副

平面副

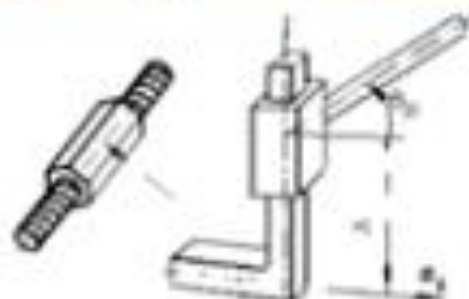
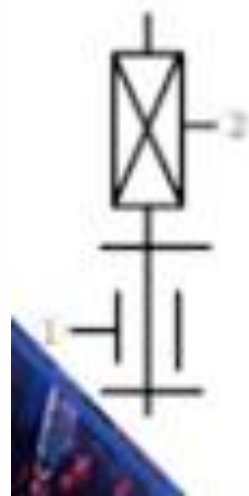
万向铰链

球副

螺旋副

移动副

转动副

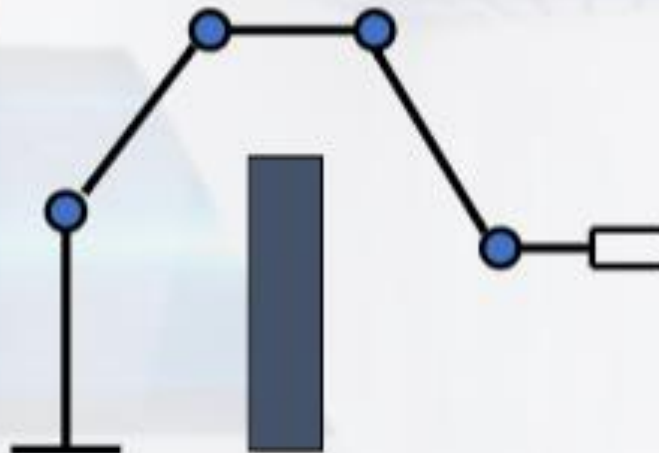


3.2.3 机动度与关节

机器人的机动度

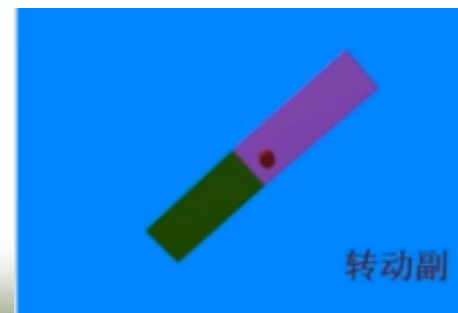
► 通常将关节对应于自由度，不够准确

- 机动度对应于关节；
- 有时关节增加，自由度并未增加，称之为冗余自由度



关节分为：平动(移动)关节(P)、转动关节(R)，一般的工业机器人中关节数等于自由度数，也等于驱动器数。

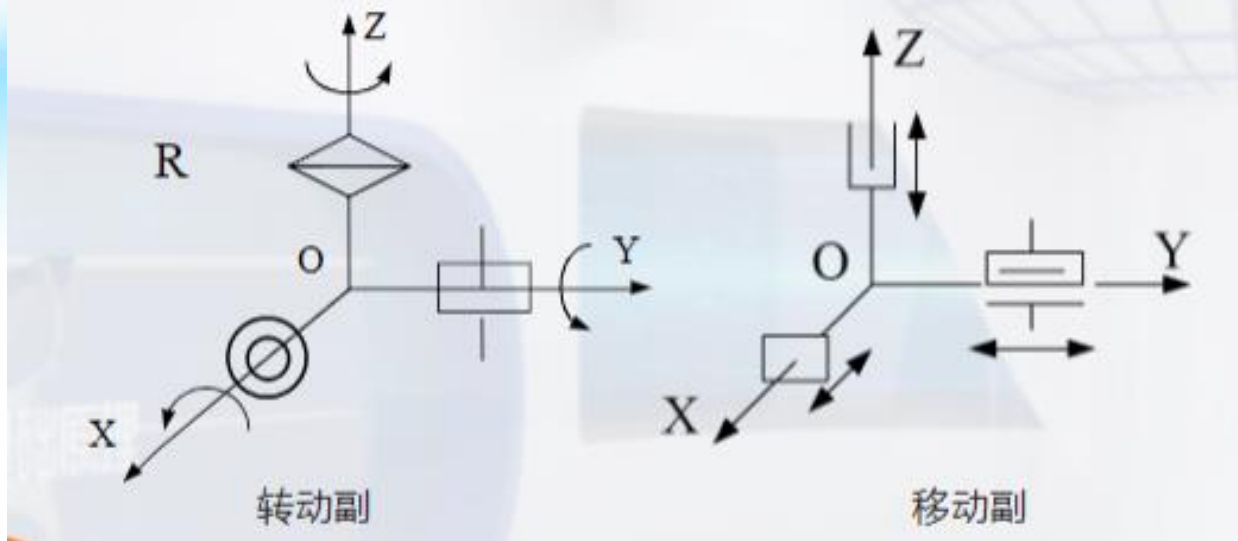
但也有例外，有的机器人中采用像圆柱副的多自由度运动副。





结构示意图中自由度的表示

关节符号表示 (1)


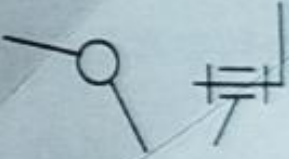
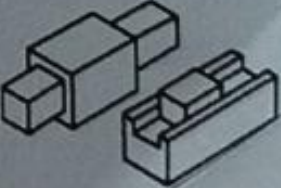
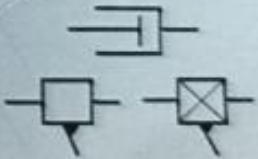
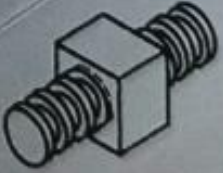
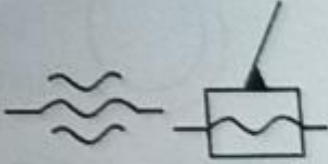


关节符号表示 (2)








关节	相对X轴	相对Y轴	相对Z轴
平动关节			
转动关节			
执行机构		基座	

工程中关节符号还没完全同意，要入乡随俗

推荐使用的常见运动副的类型、符号及自由度

名称	符号	自由度	类型	图形	基本符号
转动副	R	$1R$	平面 V 级低副		
移动副	P	$1T$	平面 V 级低副		
螺旋副	H	$1R$ 或 $1T$	空间 V 级低副		

推荐使用的常见运动副的类型、符号及自由度——续

名称	符号	自由度	类型	图形	(续) 基本符号
圆柱型	C	1R1T	空间Ⅳ级低副		
胡克铰	U	2R	空间Ⅳ级低副		
平面副	E	1R2T	平面Ⅲ级低副		
球面副	S	3R	空间Ⅲ级低副		

3.2.4 机器人运动简图的绘制

绘制步骤

(1) 分析机构的组成和运动情况，确定构件数目

分析机构的结构和运动情况，首先找到机构的原动件，再顺着运动传递路线，找到传动部分和执行部分，搞清楚原动件的运动是怎样经过传动部分传递到执行部分的。

(2) 确定机构中运动副类型和数目

沿着运动传递路线，逐一分析每个构件的运动，两构件间是转动还是移动，是面接触还是点线接触，以确定运动副的类型和数目。



绘制步骤

(3) 恰当地选择视图平面

通常选择机构中与多数构件的运动平面相平行的平面作为视图平面

(4) 选择合适的比例尺绘制运动简图

比例尺要根据实际机构的大小和绘图幅面来选择。

$$\mu_l = \frac{\text{实际尺寸}(m)}{\text{图示尺寸}(mm)}$$



绘制步骤

(5) 标注

- 构件用阿拉伯数字表示；
- 转动副和移动副用大写英文字母表示；
- 用带箭头的线表示出原动件的运动方向；
- 写出比例尺。

$$\mu_l = \frac{\text{实际尺寸}(m)}{\text{图示尺寸}(mm)}$$

机构运动简图**必须要按照一定的比例尺**画出，这样便于对机构进行运动分析、受力和机械设计。

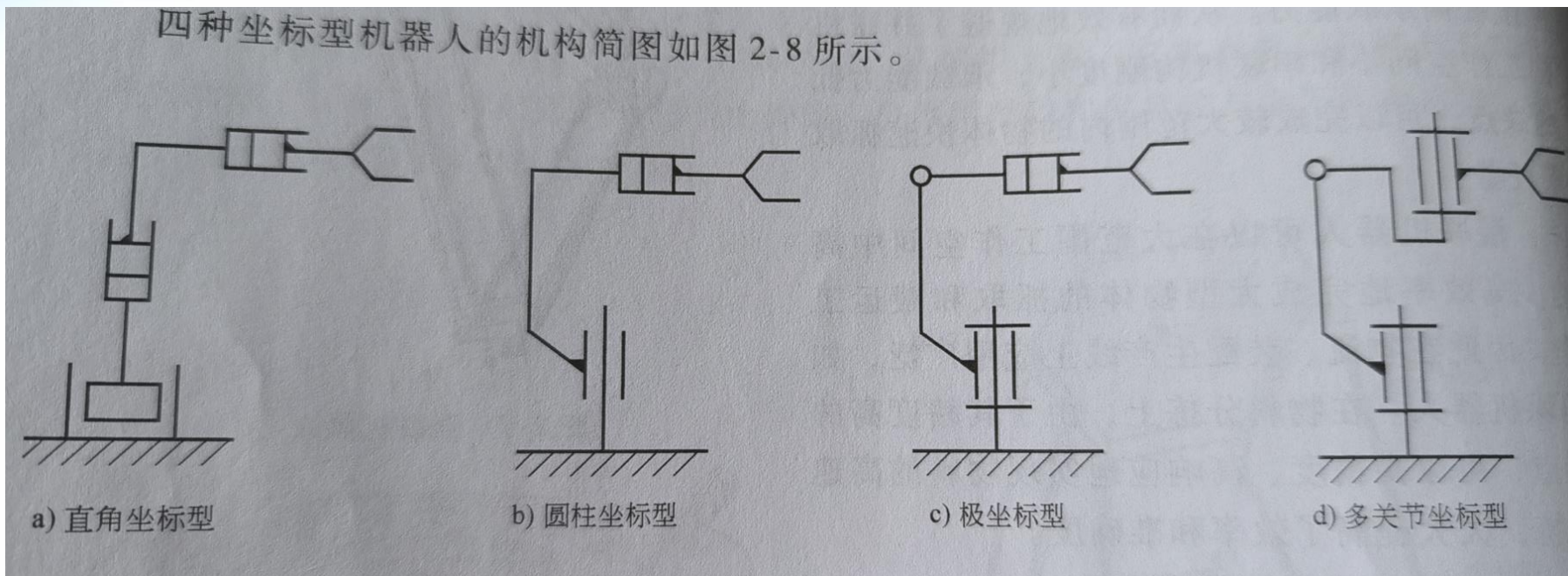
问题：你知道比例是谁最先使用的吗？



举例

针对不同结构的机械手或机械臂的关节分布

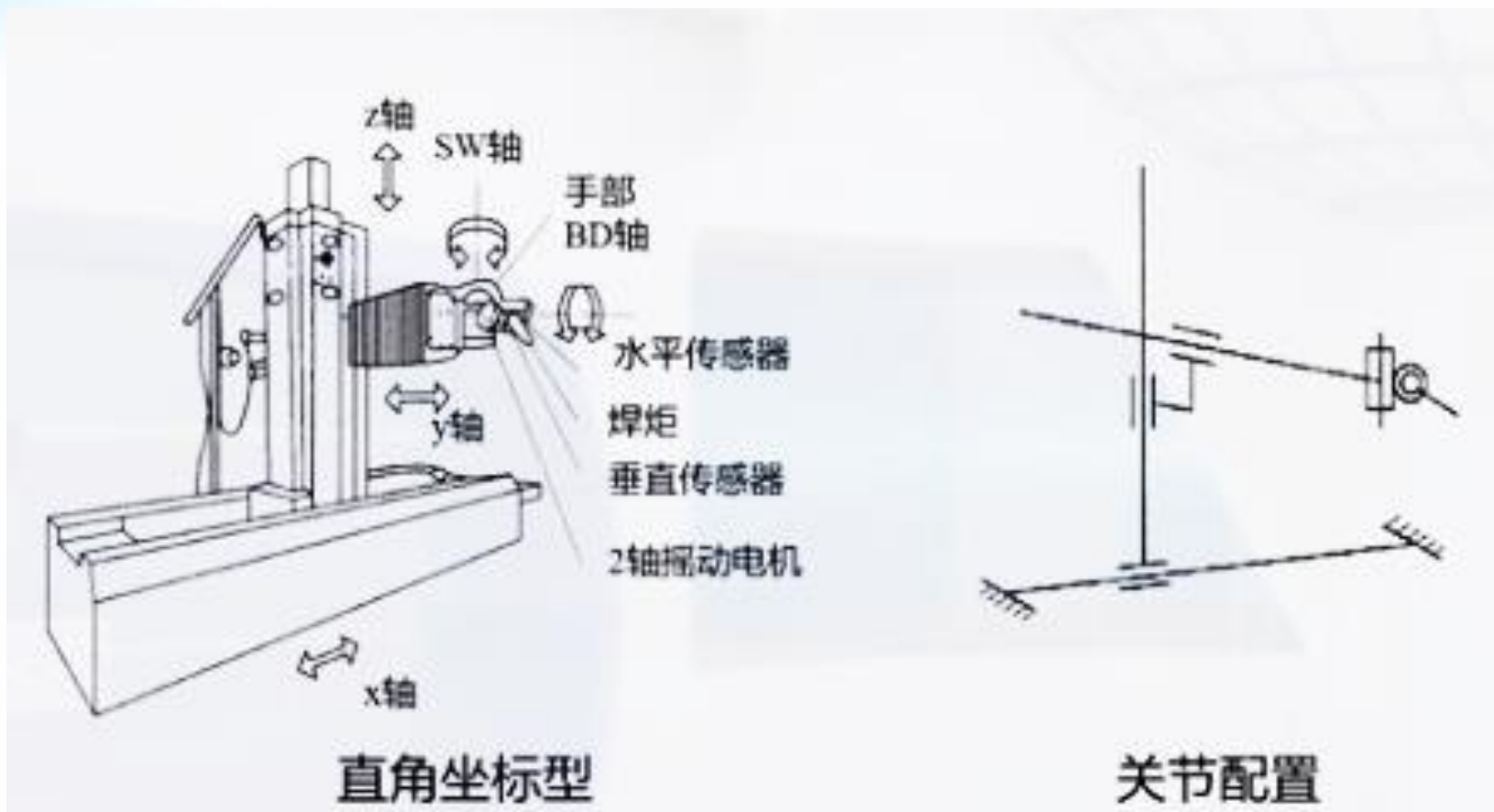
四种坐标型机器人的机构简图如图 2-8 所示。



四种坐标型机器人的机构简图如图 2 - 8 所示。

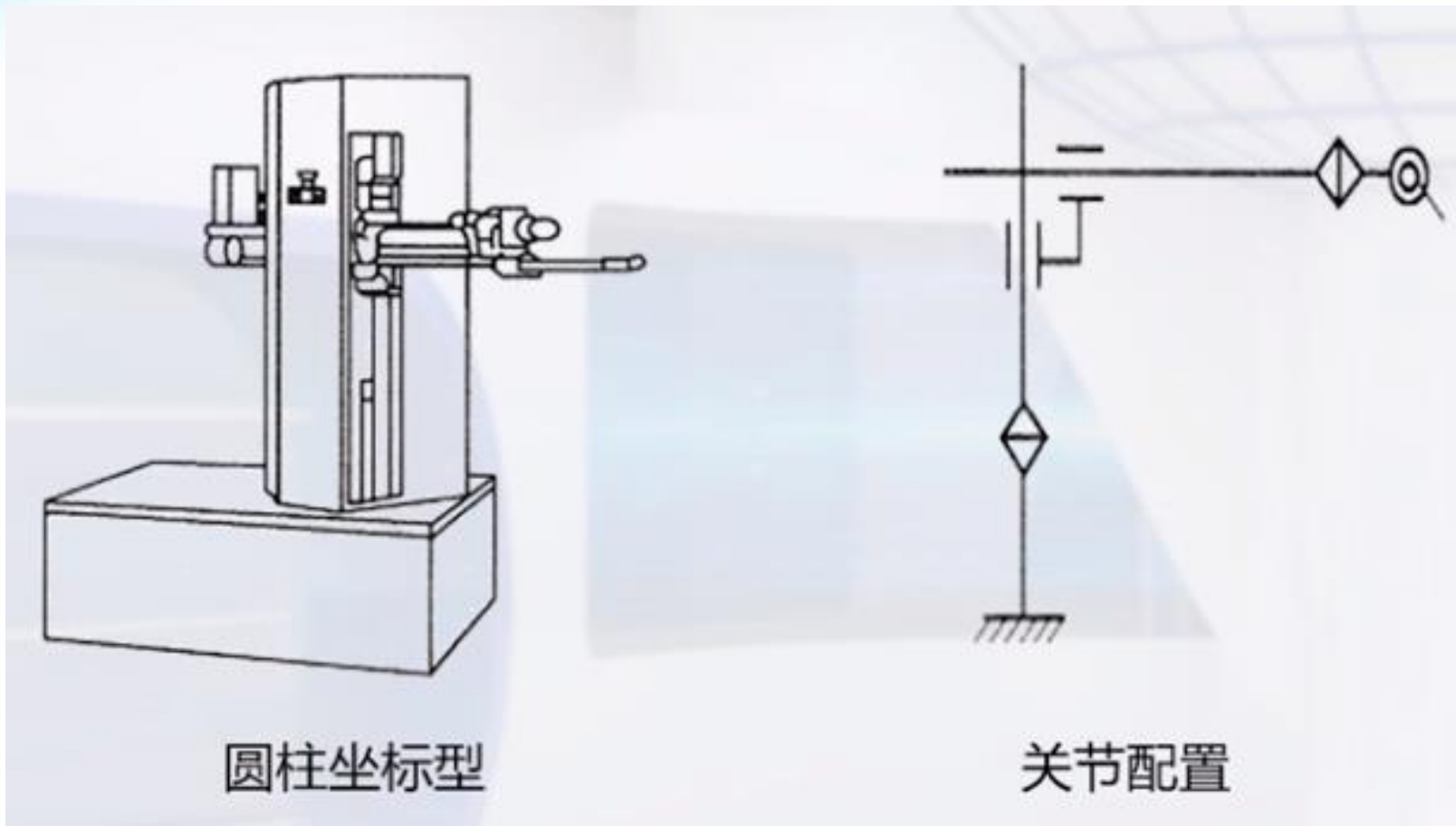
举例

针对不同结构的机械手或机械臂的关节分布



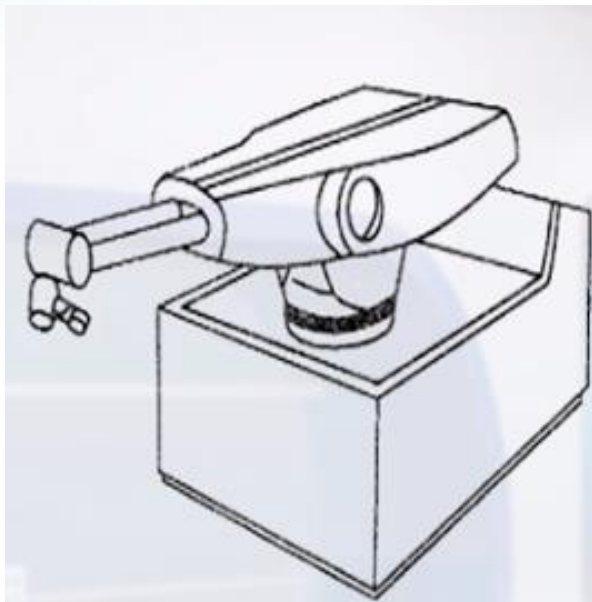
举例

针对不同结构的机械手或机械臂的关节分布

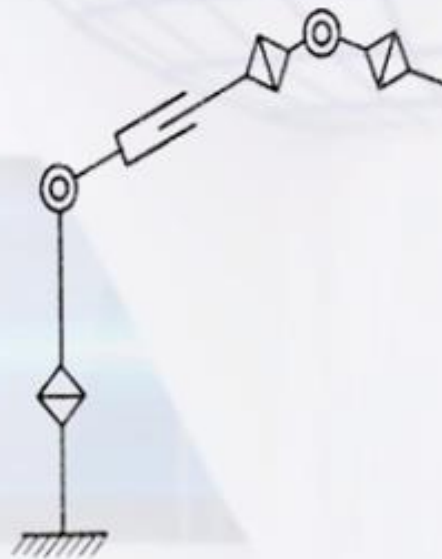


举例

针对不同结构的机械手或机械臂的关节分布



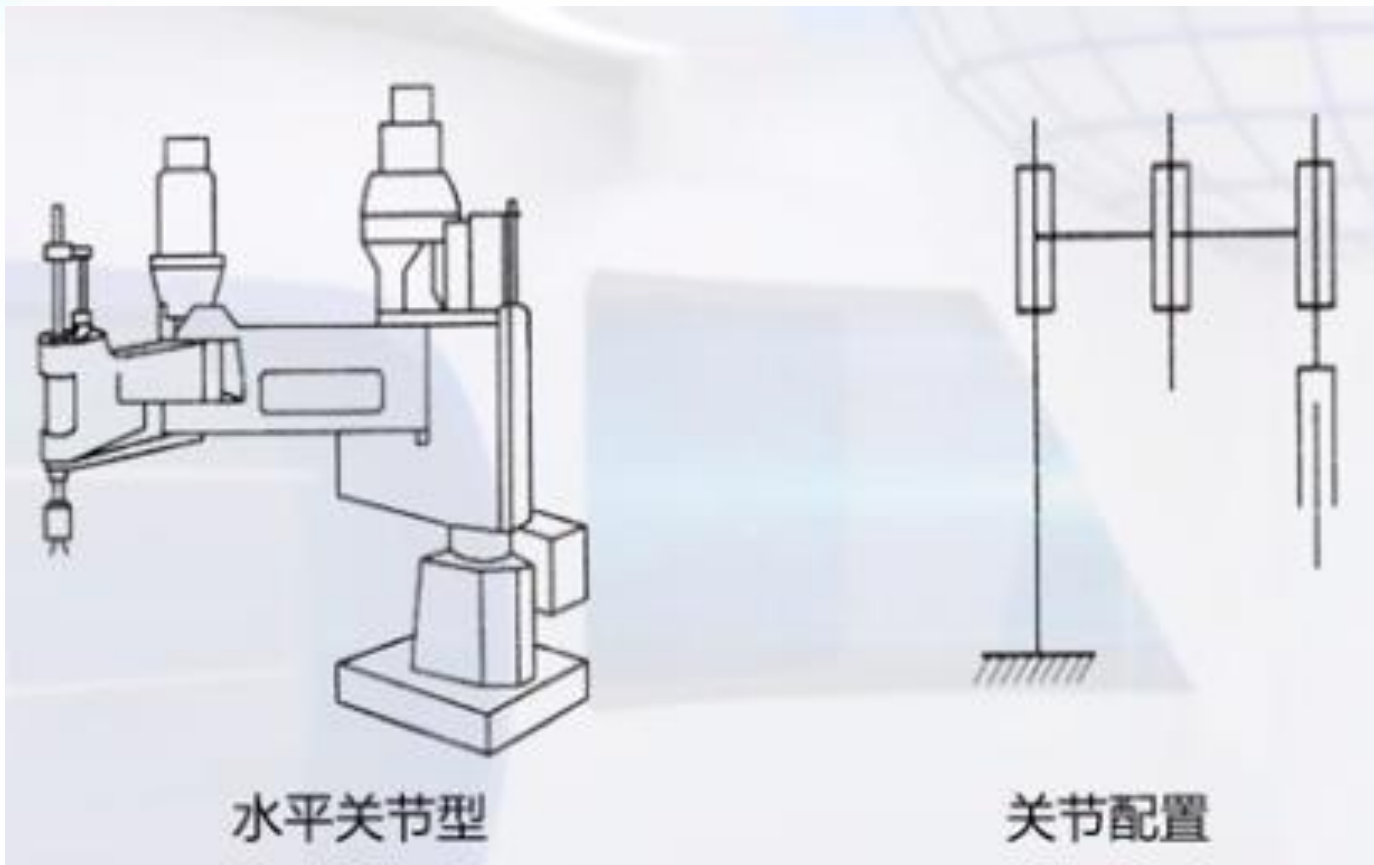
极坐标型



关节配置

举例

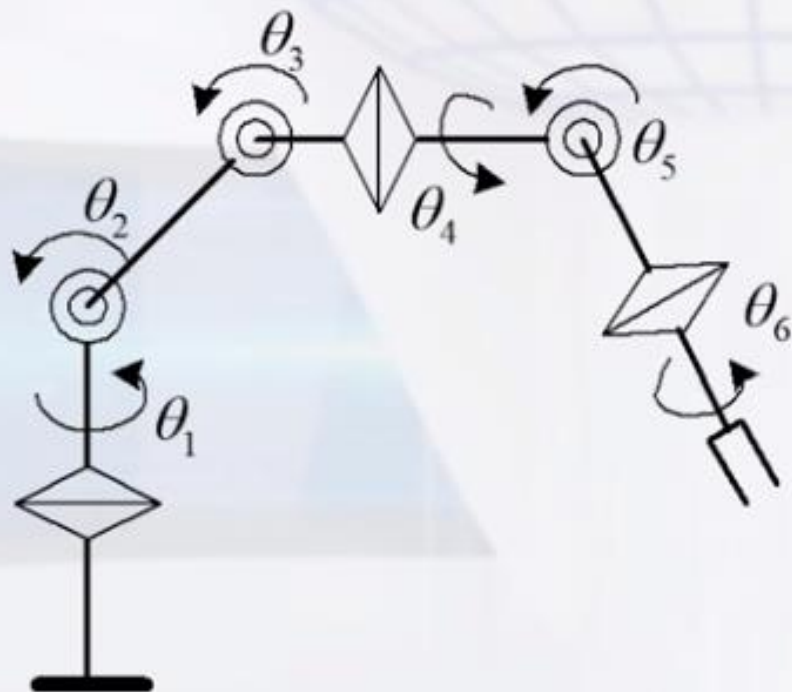
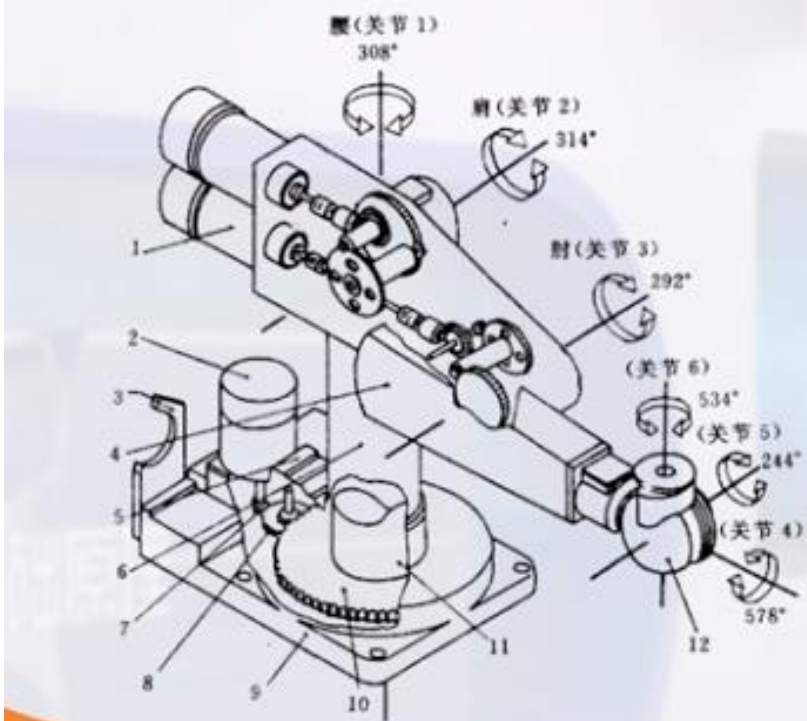
针对不同结构的机械手或机械臂的关节分布



举例

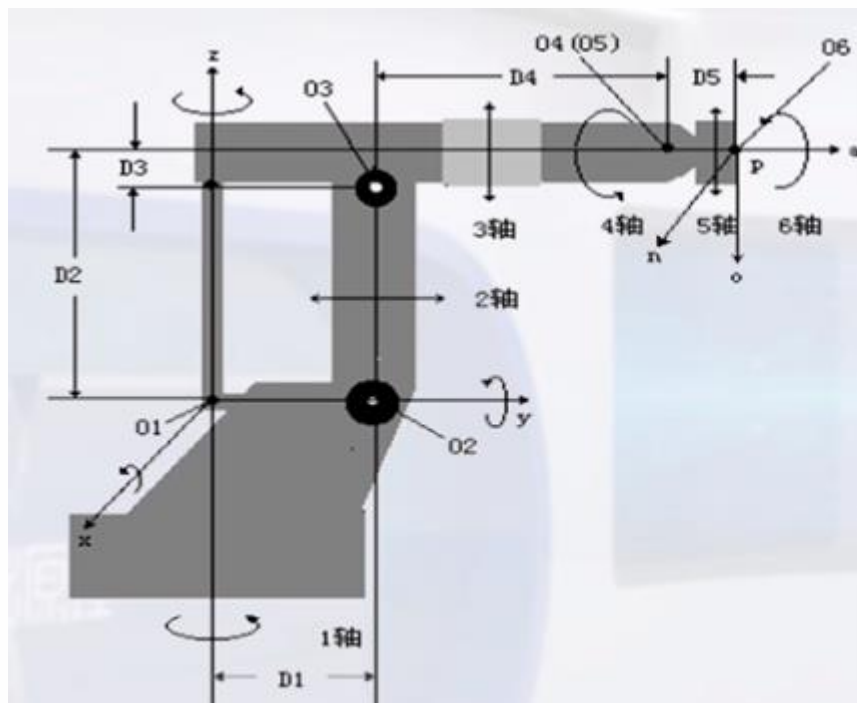
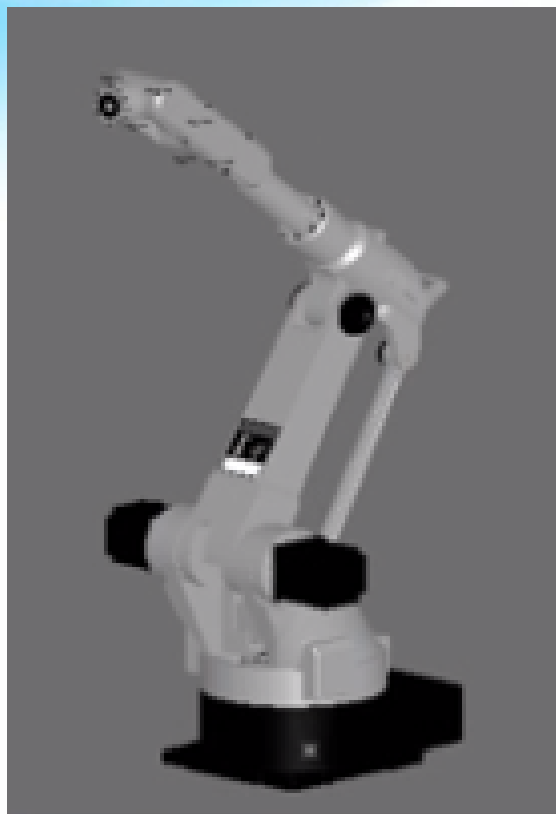
针对不同结构的机械手或机械臂的关节分布

例1：PUMA 562 工业机器人的连杆和关节



举例

例2：RH6-A 弧焊机器人



- S轴——机座旋转
- L轴——下臂摆动
- U轴——上臂摆动
- R轴——上臂旋转
- B轴——手腕摆动
- T轴——手腕旋转

举例

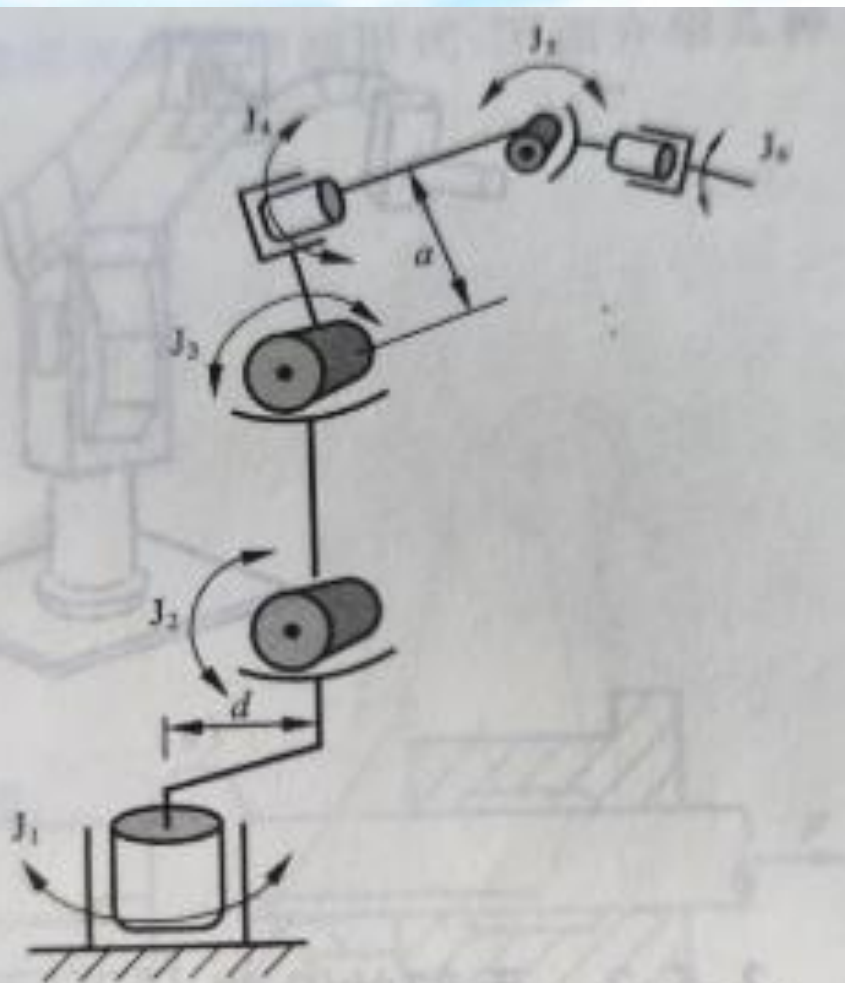


图 2-35 六自由度关节型机器人的
关节布置与结构特点

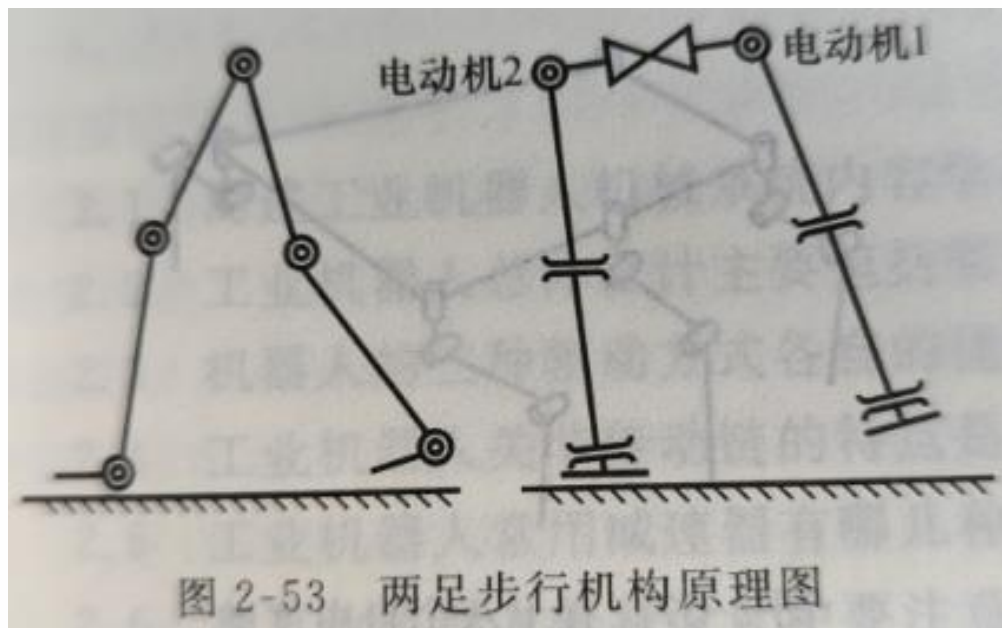
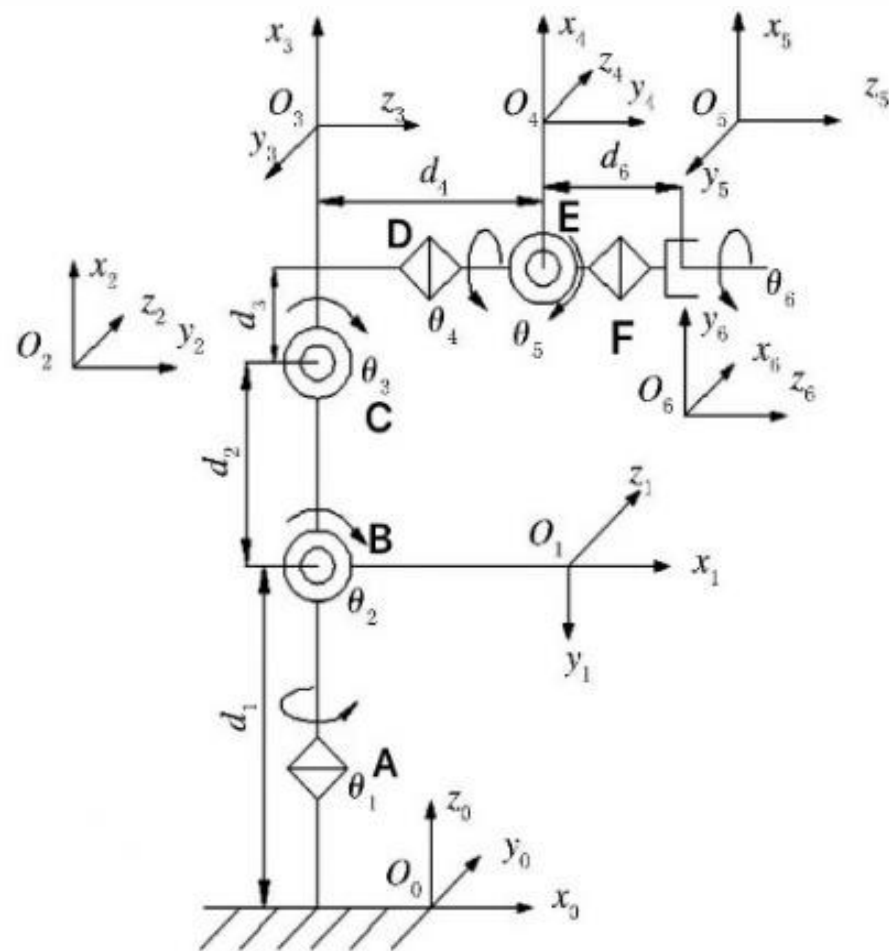
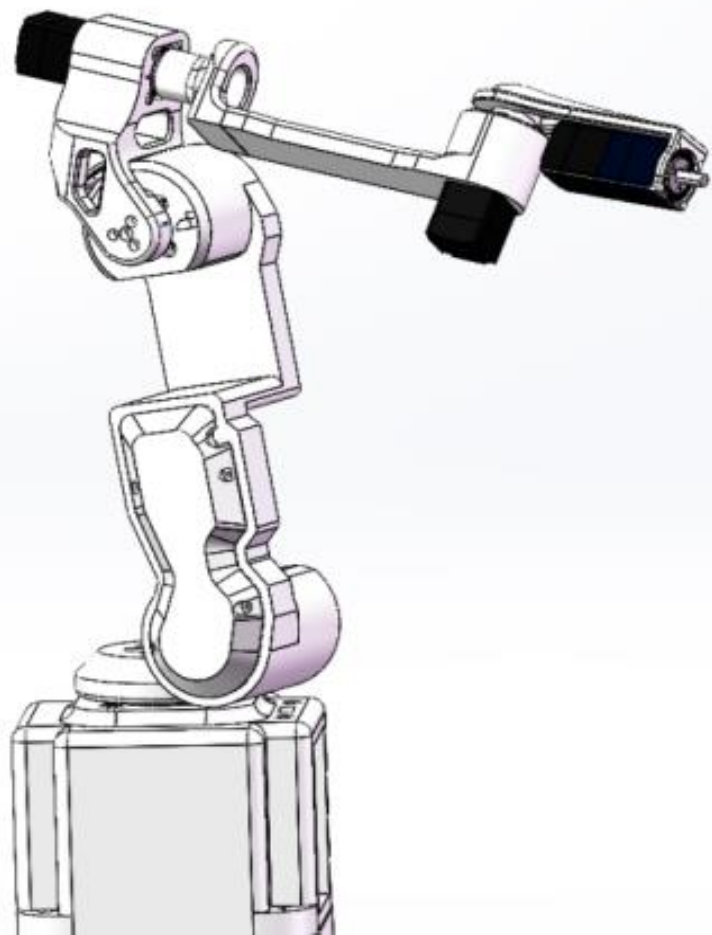


图 2-53 两足步行机构原理图

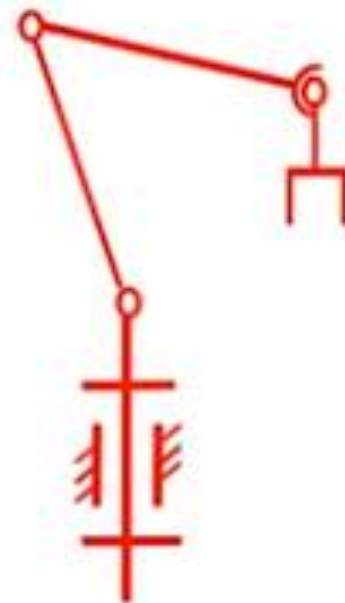
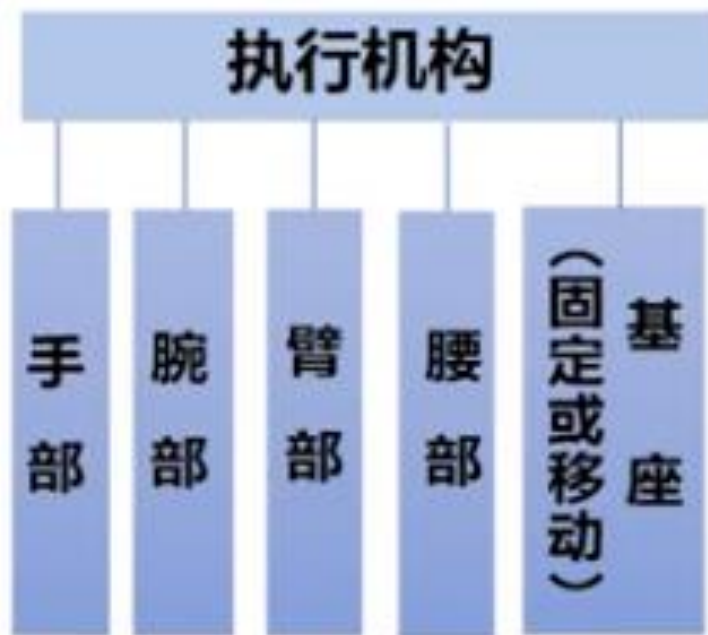
举例



六自由度机械臂关节坐标示意图

举例

➤ 执行机构



慕课：燕山大学 机器人技术 1.2 <https://www.icourse163.org/learn/YSU-1458187167?tid=1470987534#/learn/content?type=detail&id=1255319005&cid=1287243461&replay=true>

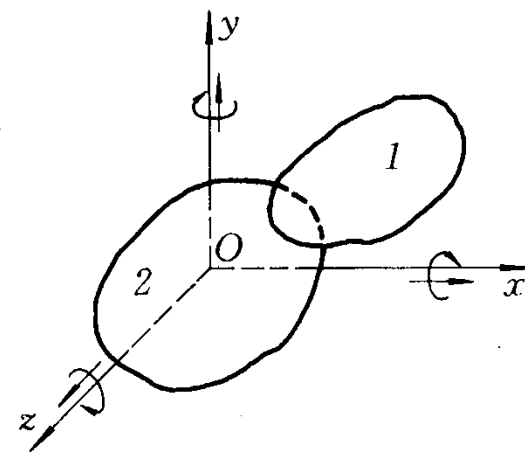
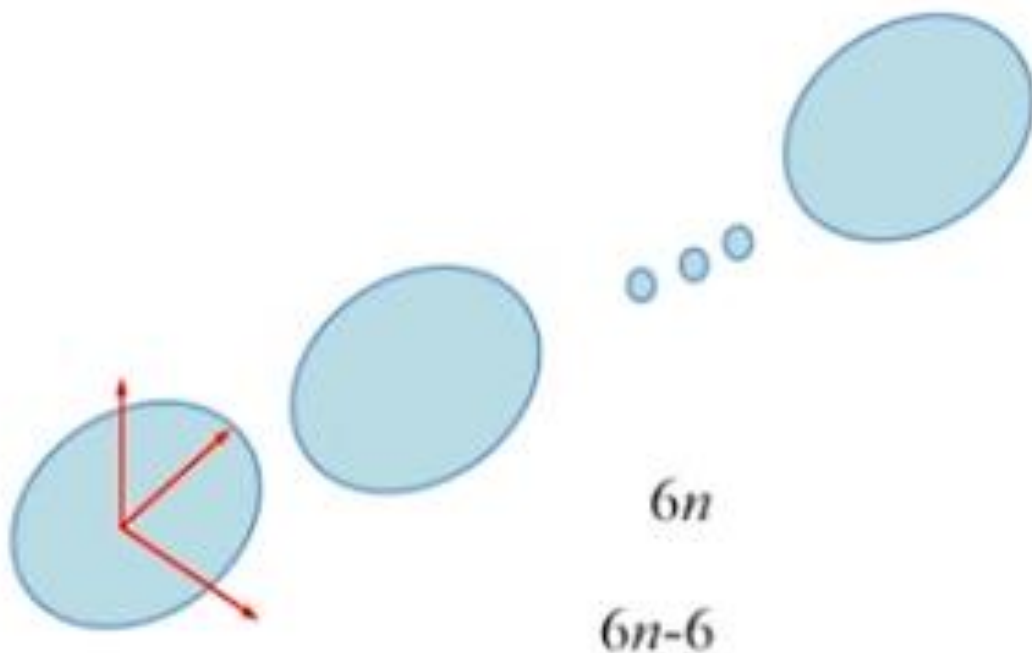
3.3 空间机构自由度的计算与选择

3.3.1 自由度与约束

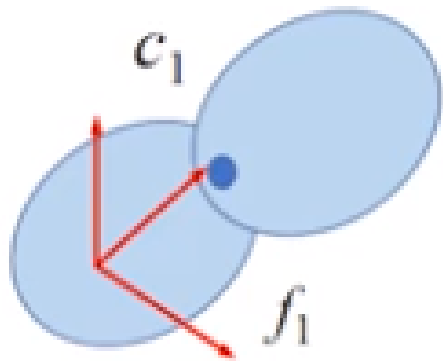
两构件的相对运动：

未构成运动副： 6个独立的相对运动，即**6个自由度**。

机器人的自由度



坐标系 $Oxyz$ 固定于构件2之上



$$F = 6(n-1) - c_1$$

构成运动副后：相对运动受到约束，自由度减少，其减少的数目就等于该运动副所引入的约束的数目

自由与约束共存

辩证思维：矛盾对立统一体

人——社会人

联想：人——社会人——践行社会主义核心价值观：自由/法制



品牌商户授权专卖,品质保证,明智之选!塑胶模具,让厨房更有档次,让生活更有品味!

据人民网报道,11月25日,以“发展与秩序·让大流量澎湃正能量”为主题的2021中国网络媒体论坛在广州举行开幕式。开幕式上,钟南山院士在发表主题演讲时表示,西方有些国家很注重“人权”,提倡尊重“个人自由”的权利。但这样造成了疫情肆虐,反复出现大量感染或者死亡病例。紧接着,钟南山院士表示:“我们需要的是集体的自由,社会的自由,国家的自由,只有有了这些自由才会有个人自由。”钟南山院士提到,中国已成为世界上新冠患者人数最少的国家,患病率只有美国的1678分之一,同时有最低的死亡率——中国的死亡率是十万分之0.4,是美国的606分之一。

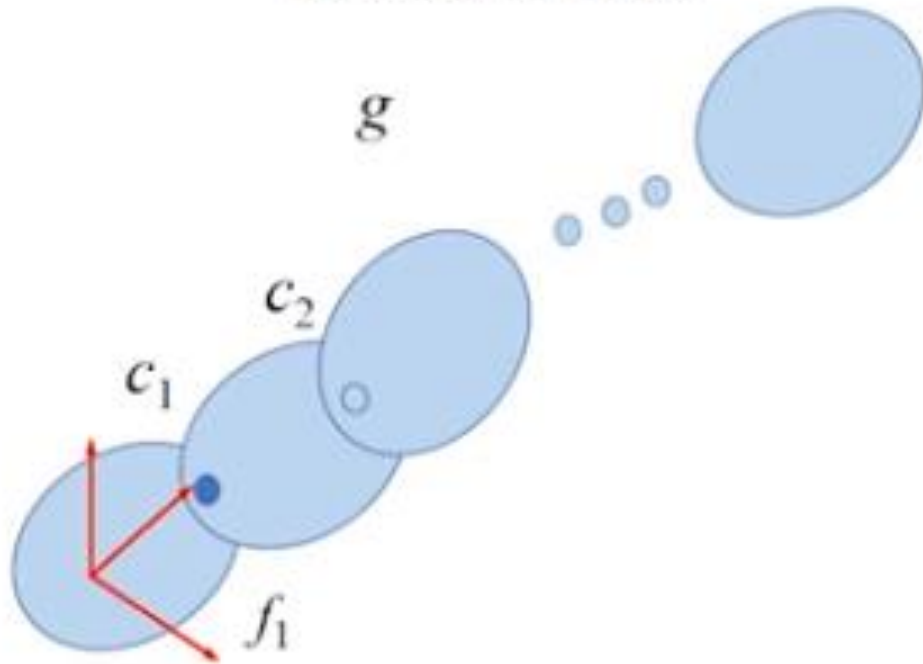
发布你的精彩评论...

评论 0

3.3.2 自由度计算

计算方法1： 参考慕课： 燕山大学 机器人技术 - 李艳文

机器人的自由度



$$F=6(n-1)-c_1$$

$$F=6(n-1)-c_1-c_2-\cdots-c_g$$

$$F=6(n-1)-(6-f_1)-(6-f_2)-\cdots-(6-f_g)$$

$$F=6(n-g-1)+f_1+f_2+\cdots+f_g$$

$$F = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i$$

n ——系统含有的构件数(含固定的)

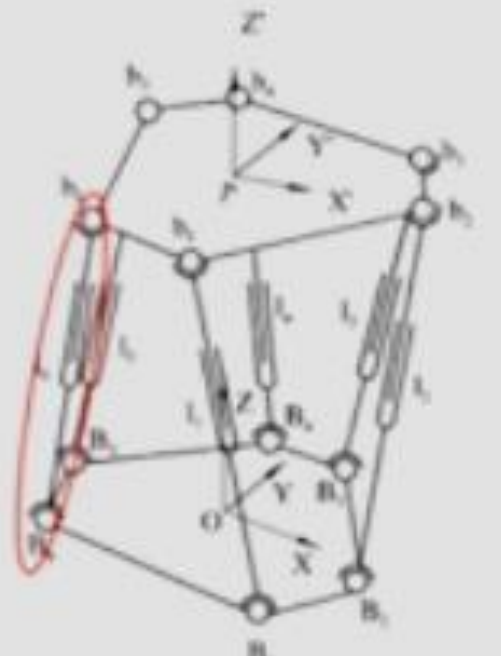
g ——所有的运动副数

f_i ——第 i 个运动副处所连的刚体的自由度数

例：并联机构

一般研究机器人系统的自由度，关心的是末端构件的自由度，它不受中间构件局部自由度的影响，要减掉局部自由度，所以自由度最终的计算公式为：

$$F = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i - f_l$$



参考慕课： 燕
山大学 机器人技
术 - 李艳文
12'07''

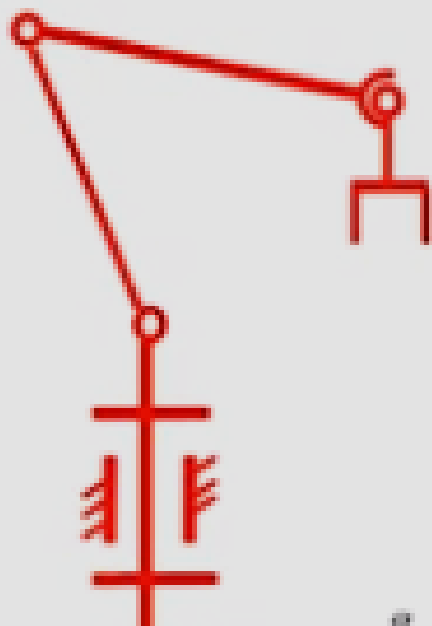
$$F = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i - f_l = 6(14 - 18 - 1) + 42 - 6 = 6$$



图中的 Delta 机构有 21 个关节 (每条支链有 3 个旋转副和 4 个球面副, 共 3 条支链), 有 17 个连杆 (每条支链有 5 个连杆, 整个机构有 1 个动平台, 1 个基座), 21 个关节总共有 45 个自由度 (每条支链有 3 个旋转副和 4 个球面副, 即 15 个自由度), 12 个局部自由度 (每条支链有 4 个局部自由度: 由 4 个球面副组成的闭环存在 4 个局部自由度), 没有虚约束。根据公式, 有 $F=6*(17-21-1)+45-12=3$ 。因此, Delta 机构有 3 个自由度。

例：串联机构

$$F = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i - f_l$$



构件数是多少？

运动副数？

每个运动副处自由度的和？

$$F = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i - f_l = 6(5 - 4 - 1) + 6 = 6$$

2. 自由度计算方法2:

1. 一般空间机构

设一空间机构： n 个活动构件， p_i 个 i 级运动副（ $i=1,2,\dots,5$ ）

$$F = 6n - (5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1) = 6n - \sum_{i=1}^5 ip_i$$

2. 含公共约束 m 的空间机构

$$F = (6 - m)n - \sum_{i=m+1}^5 (i - m)p_i \quad (m \text{ 的值可能为 } 0, 1, 2, 3, 4)$$

根据 m 值的不同，可将机构分为0族、1族、2族、3族、4族

<https://www.icourse163.org/learn/NWPU->

[20007?tid=1466894459#/learn/content?type=detail&id=1247150383&cid=1272769830&rep](https://www.icourse163.org/learn/NWPU-20007?tid=1466894459#/learn/content?type=detail&id=1247150383&cid=1272769830&rep)

[lay=true](#)

慕课：空间机构自由度计算 西北工大 葛文杰 机械原理

自由度计算方法2:

3. 空间开链机构, 其运动副总数 $p (= \sum_{i=1}^5 p_i)$, 等于其活动构件 n

$$F = 6n - \sum_{i=1}^5 i p_i = 6n - \sum_{i=1}^5 (6 - f_i) p_i = \sum_{i=1}^5 f_i p_i$$

式中, f_i 为 i 级运动副的自由度, $f_i = 6 - i$.

<https://www.icourse163.org/learn/NWPU->

[20007?tid=1466894459#/learn/content?type=detail&id=1247150383&cid=1272769830&rep](https://www.icourse163.org/learn/NWPU-20007?tid=1466894459#/learn/content?type=detail&id=1247150383&cid=1272769830&rep)

[lay=true](#)

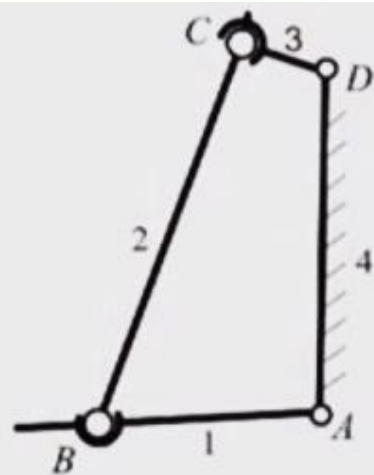
慕课: 空间机构自由度计算 西北工大 葛文杰 机械原理

例 缝纫机脚踏板空间四杆机构

$n=3, p_5=2, p_4=1, p_3=1$, 有

$$F = 6n - (5p_5 + 4p_4 + 3p_3)$$

$$= 6 \times 3 - (5 \times 2 + 4 \times 1 + 3 \times 1) = 1$$



例 仿人机械臂

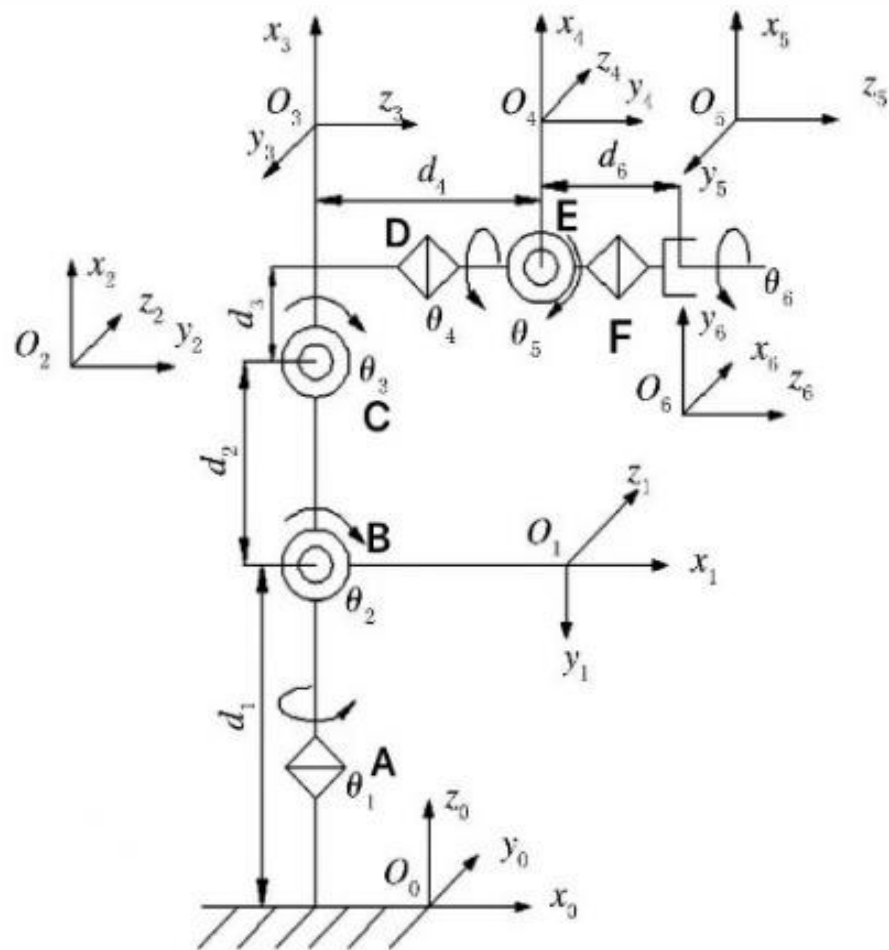
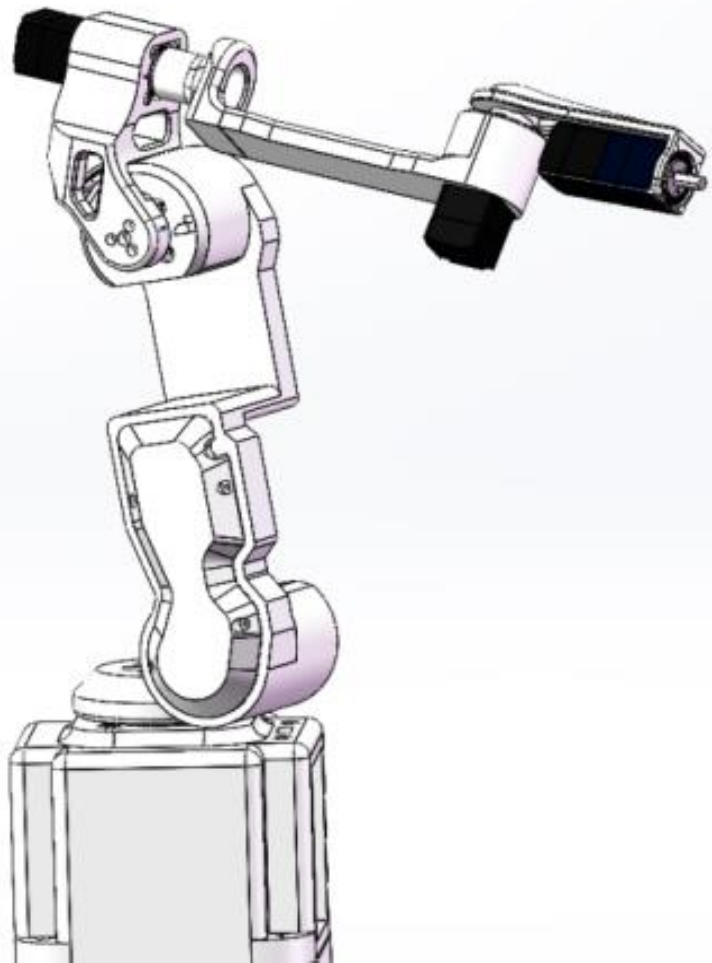
$n=3, p_4=1, p_3=2$, 则

$$F = (6-4)p_4 + (6-3)p_3 = 2 \times 1 + 3 \times 2 = 8$$



机器人用自由度符号表示的简图

作业： 绘制该机器人的运动简图，并计算其自由度



六自由度机械臂关节坐标示意图

拓展：

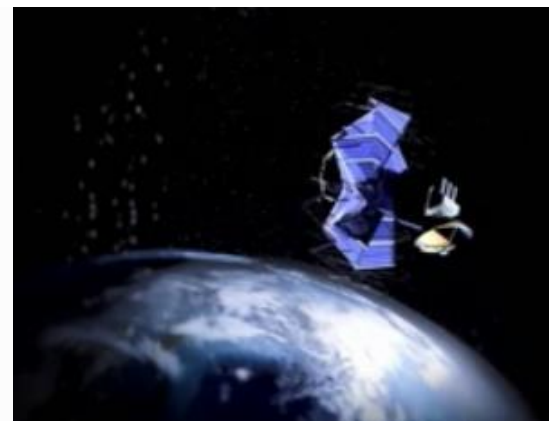
旋量理论(黄真教授)：处理机器人自由度计算中的公共约束、虚约束和局部自由度，详见高等机构学。



空间机构运动简图绘制及自由度的计算



欠驱动度机构



折展变自由度机构

推荐慕课：[西北工业大学-葛文杰-机械原理](https://www.icourse163.org/learn/NWPU-20007#/learn/content?type=detail&id=1227897779&cid=1243951980)

<https://www.icourse163.org/learn/NWPU-20007#/learn/content?type=detail&id=1227897779&cid=1243951980>

推荐慕课：[北航—于靖军 机械原理](#)

3.3.3 自由度的选择

一个刚体在空间中的位置和方位，可以用**六个相互独立的参数**来表示，其中**三个用于表示对参考体的相对位置**，另三个则表示**相对方位**，这六个独立参数就是**刚体的自由度数**。

一般地讲机器人为了完成某一工作任务(例如拿取一销子进行装配)，**必定对手爪提出位置和方位的要求**。当机器人要完成一系列的工作任务时，就会有一系列的位置和方位的要求。若这一系列的位置都是**在同一平面内**，且要求的方位都可以用在该平面内的一个单位矢量来确定，那么完成这一系列的工作任务，需要有能实现相应运动的？？？自由度手爪，支撑手爪的机器人也至少要有与其匹配的**三个自由度**。

机器人操作机的自由度数超过匹配的三个自由度是允许的，例如平面四自由度机器人，空间七自由度机器人等等，这样的机器人称为**冗余机器人**。冗余机器人具有更大的灵活性，便于实现越障等运动，但是它将增加造价和增大控制编程的复杂性，因此，如无特殊要求，**机器人往往采用完成工作任务运动所必需的最少自由度数**。

另外，**自由度的选择，也与生产的要求有关**，若产品的批量大，要求高速作业，要求更高的操作可靠性，工件重量比较小，周边设备的构成比较复杂时，采用**机器人的自由度可少**(有时采用专用机);不是上述情况，为了**增加柔性，便于产品的更换，采用机器人的自由度就多一些**。

一般而言机器人靠近机座的三个自由度是用来实现手臂末端的空间位置的，再用二至三自由度来定工具(或手爪)的方位，七个以上的自由度是冗余自由度，是用来避障碍物的，在空间确定位置和姿态(方位)一般需要六个自由度。

上面是确定自由度的原则。按照这些原则，就可以确定机器人的自由度了。给定一个机器人**要会分析其自由度**，这是**机器人的运动性质所在**，若设计机器人，也要考虑自由度，做方案时首先要考虑，总之，自由度是根据机器人的作业性质来确定的。

举例来说机械中的装配大部分要求垂直向下运动，因此可以用二个自由度来确定手爪在平面内的位置，第三个自由度实现垂直向下运动，为了便于调整手爪指的方向或便于拧螺钉，再增加一个自由度，这就形成了四自由度的SCARA机器人。

比如，做焊接机器人，不需要考虑末端执行器的转动；若设计一个服务机器人，端水杯进行三维移动，有三轴就够了，所以自由度是在设计时要首先考虑，是很重要的。

2. 六自由度机械臂的总体设计.....	
2.1 六自由度机械臂结构设计及自由度确定 ...	
2.3 六自由度机械臂三维建模.....	
2.4 六自由度机械臂的设计材料的研究现状及i	
2.5 六自由度机械臂的驱动方案与电机选型...	
2.5.1 驱动方式的选择.....	
2.5.2 关节驱动单机所需的转矩、功率计j	
3. 基于 Ansys 有限元的六自由度机械臂静力学分析.	
3.1 引言	
3.2 分析软件 Ansys 简介.....	
3.3 六自由度机械臂的静力分析.....	
3.3.1 整体结构的静力分析.....	
3.3.2 六自由度机械臂的瞬态动力学分析.	
3.3.3 六自由度机械臂的瞬态动力结果分f	
4. 六自由度机械臂运动学与工作空间分析.....	
4.1 六自由度机械臂运动学分析.....	
4.1.1 D-H 参数法	
4.1.2 D-H 法建模	
4.2 六自由度机械臂的运动模型验证.....	
4.3 基于 MATLAB 的六轴机械臂轨迹规划仿真.	
4.4 六自由度机械臂工作空间分析.....	

3.4 构型

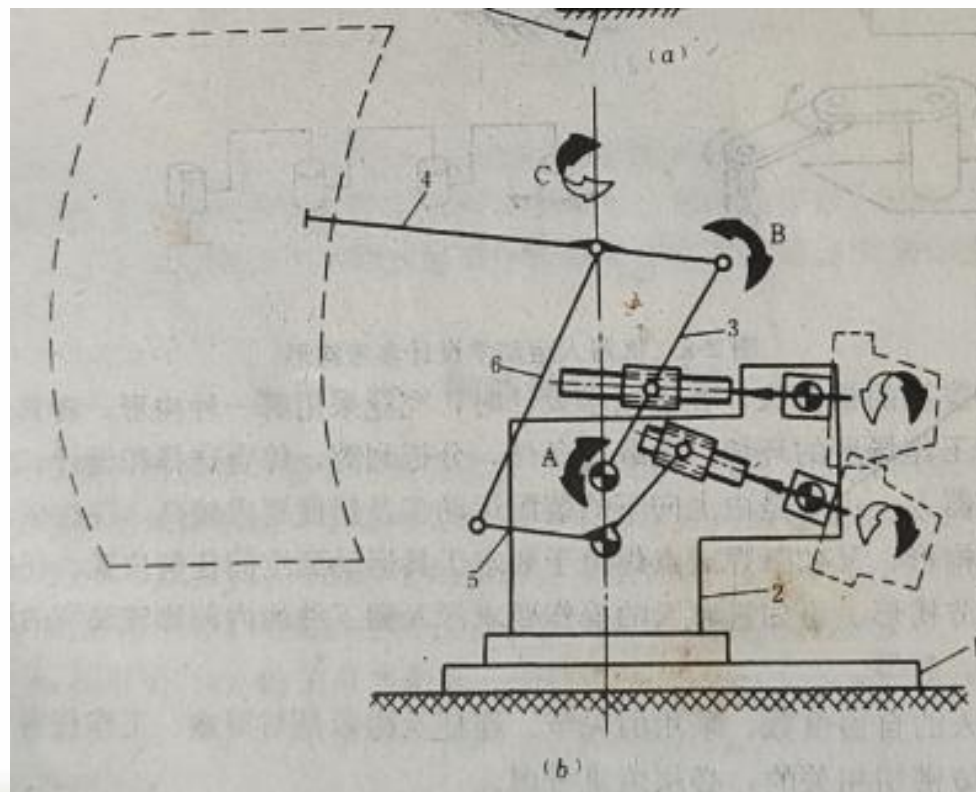
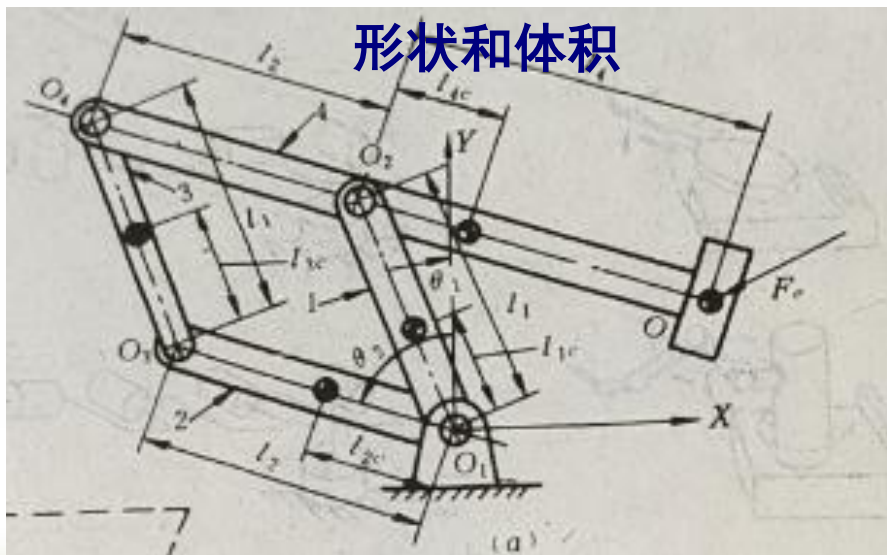
机器人的构型大多数是利用?? 连接?? 形成的?? 运动链;

关节 连杆 开式

少数情况下可采用闭式运动链。为了将驱动器放在基础上，以减轻关节驱动电机的负载，也有采用平行四边形的。

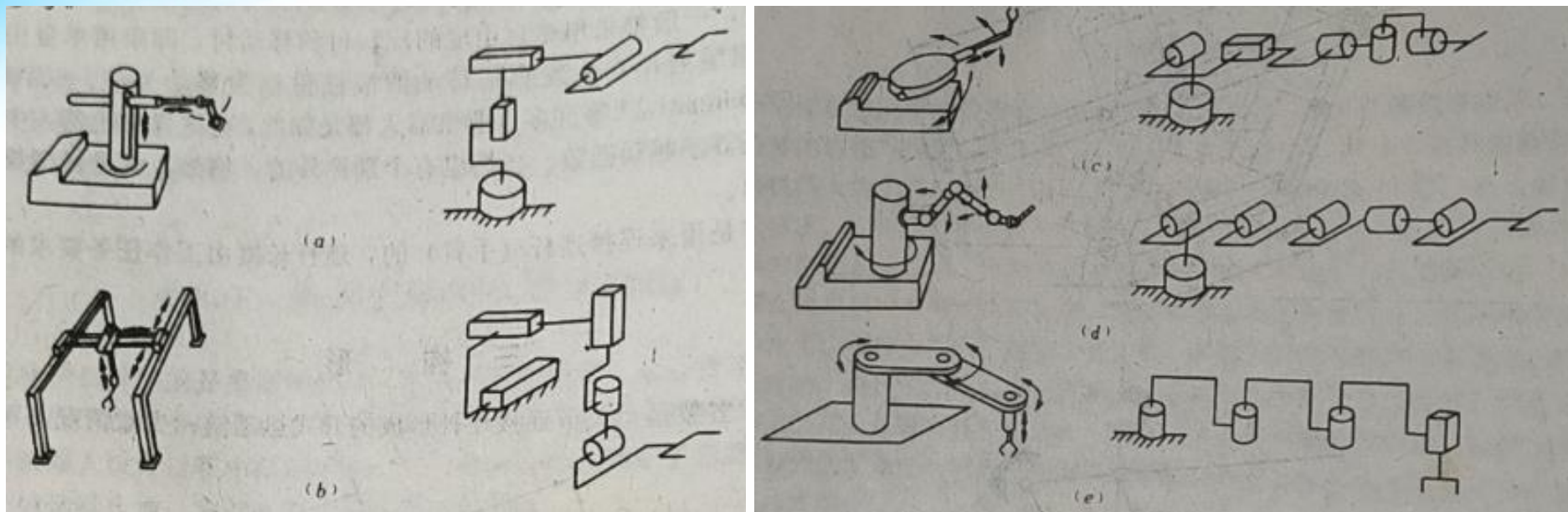
连杆长度由工作任务要求的工作空间的???? 来定。

形状和体积



平行四边形构型机器人

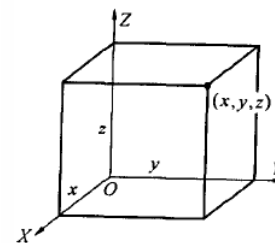
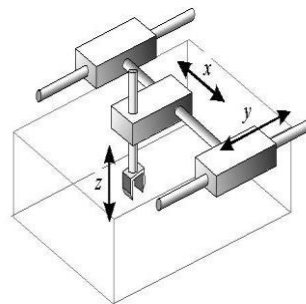
下图展示了五种不同类型的机器人，在图上注明了各关节的运动，可作为机器人运动学设计时的参考。



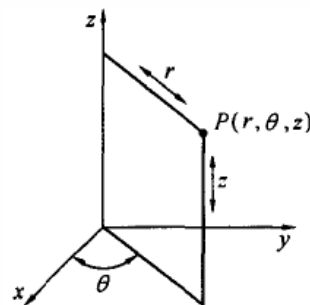
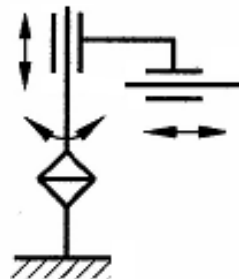
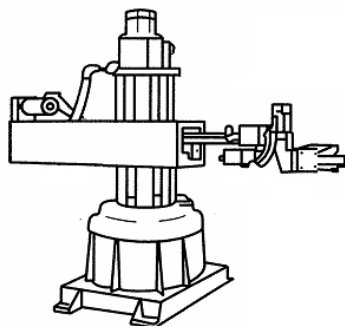
机器人运动学设计参考构型

➤ 机器人的构型 (工业机器人)

{ 串联 ~
 { 直角坐标 ~
 { 圆柱坐标 ~
 { 球面坐标 ~
 { SCARA ~
 { 关节坐标 ~
 { 并联 ~

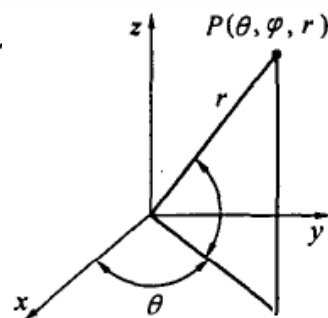
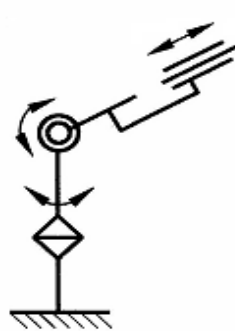
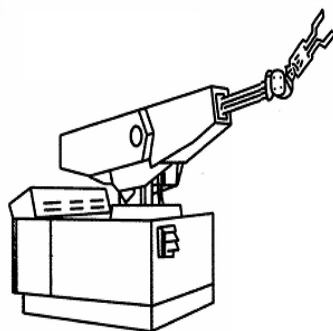


直角坐标

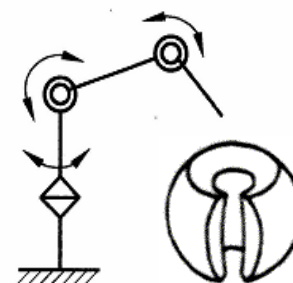
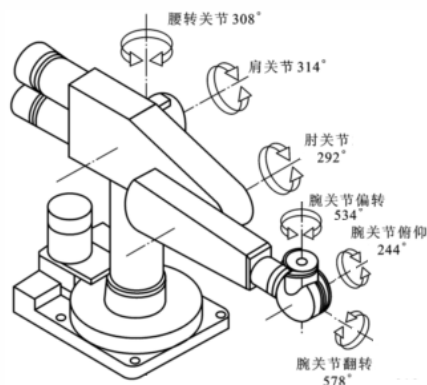
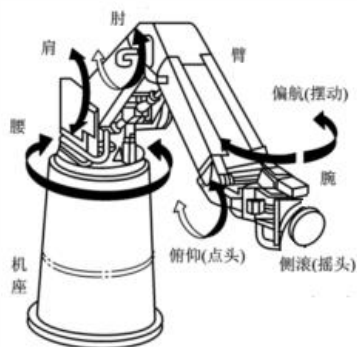


圆柱坐标

➤ 机器人的构型 (工业机器人)

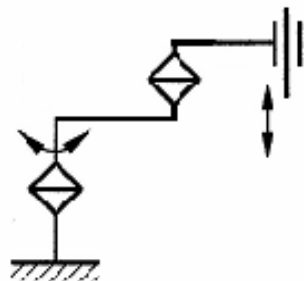


球面坐标



关节坐标

机器人的构型 (工业机器人)



SCARA



Stewart
机构

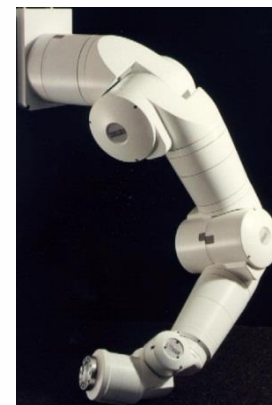
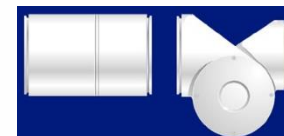
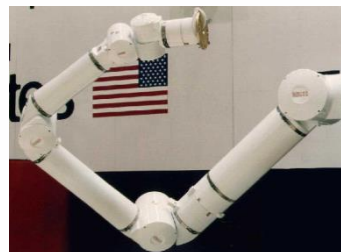


Delta
机构

并联机器人

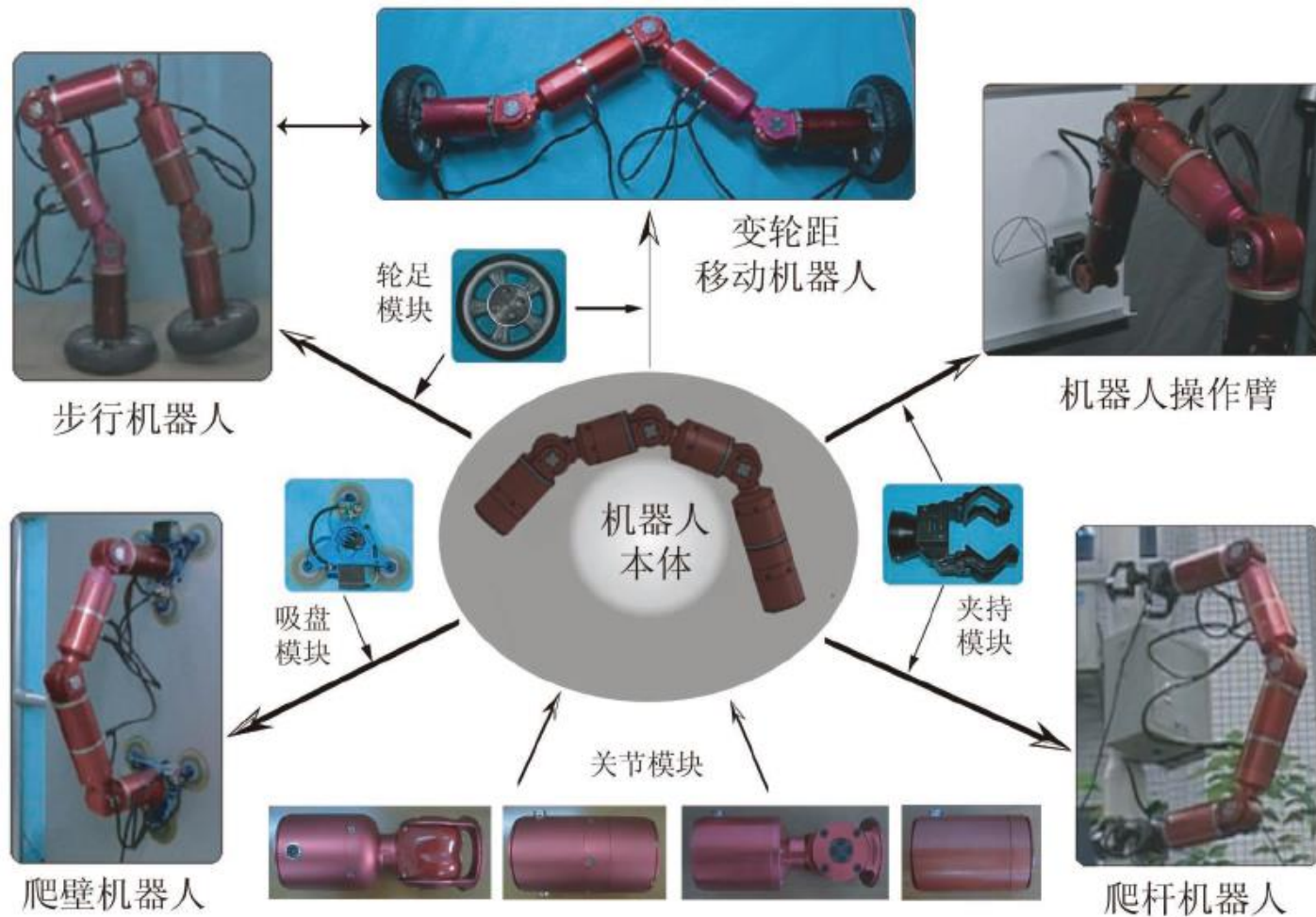
➤ 机器人的构型（模块化）

构型固定 → 可重构（人工重构、自重构）



机器人的构型（模块化）

由有限的几种模块构建多种机器人系统



有如此多种类型的机器人，在运动学设计时，究竟采用哪一种构型，要具体地根据作业要求的运动、工作场所的环境、负载等条件，分析利弊，综合选择和设计。例如装配机电产品的装配机器人，由于是由上向下的装配运动多及精度要求较高，往往采用直角坐标型或平面关节型构型。又如弧焊或点焊由于要求工具运动到空间任何位置、任何方位，故需采用空间多关节构型。再如机器人的操作要求深入到工件的内部比较狭窄的地方时则采用类蛇形的构型，等等。

总之，机器人的自由度数、采用的关节、连杆及构型是与用途、工作任务所决定的运动要求、工作环境密切相关的，必须慎重考虑。

之前学的位姿、运动学和动力学理论是机器人设计的基础。

3.5 工作空间概念形成和特点

机器人一把由关节连接连杆后构成，连杆的长度由工作任务要求的工作空间的形状和体积来定。

工作空间是从几何方面，讨论机器人的工作性能，对用机器人的柔性制造单元的排列以及生产线的有效性评估,工作空间占有重要的意义。所以,B.Roth 在1975年提出了工作空间的概念后，引起了广泛的兴趣。

机器人末端操作器上参考点能到达的空间的集合，称为机器人的工作空间，又称为可达空间或总工作空间，记作 $W(P)$ 。在总工作空间内，末端操作器能以任意姿态达到的点的集合，称为灵活工作空间，记作 $W^P(P)$ 。总工作空间去掉灵活工作空间余下的部分，称为附属工作空间或次工作空间，记作 $W^S(P)$ 。

$$W(P) = W^P(P) + W^S(P)$$

一般，工作空间有两个基本问题：

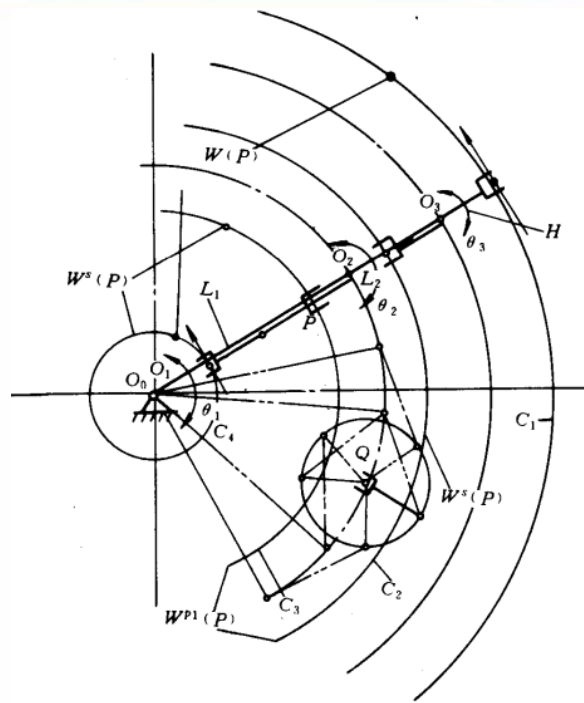
(1)对于具有规定关节变量变化范围，一定结构形式和结构参数的机器人如何求其工作空间，称为**工作空间分析或工作空间正问题**。

(2)给出一定的工作空间，确定机器人的结构形式、参数和关节变量的变化范围，称为**机器人的综合或工作空间逆问题**。

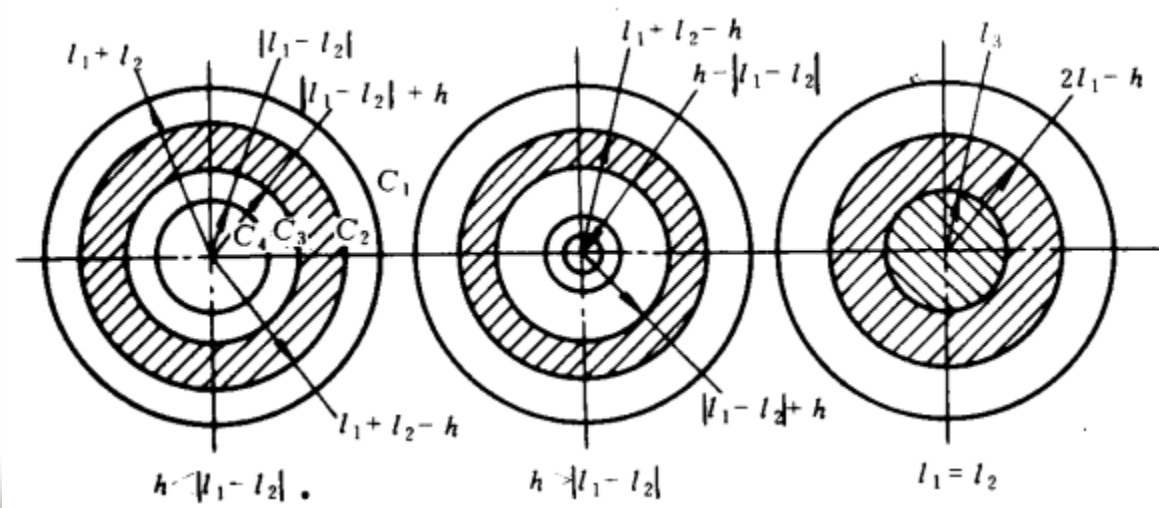
先以平面3R 机器人及SCARA 机器人为例，具体说明工作空间的形成和特点，再阐述一般空间机器人的工作空间和特点。

1. 平面3R 机器人

图为一平面3R 机器人，由杆 L_1 , L_2 , H 组成，长度分别为 l_1 , l_2 和 h ，且 $l_1 > l_2 + h$ ，取末端操作器上 P 为参考点，则可作出 $R_1 = l_1 + l_2 + h$ 为半径之圆 C_1 和 $R_4 = l_1 - l_2 - h$ 为半径之圆 C_4 是3R 机器人的总工作空间边界，它们之间的环形面积即 $W(P)$ 。以 $R_2 = l_1 + l_2 - h$ 为半径和 $R_3 = l_1 - l_2 + h$ 为半径的两圆 C_2 , C_3 ，分别是灵活工作空间 $W^P(P)$ 的边界，它们之间的环形面积即为 $W^P(P)$ ，其中任何一点都是全方位可达点。 C_1 和 C_2 之间， C_3 和 C_4 之间两环形面积即为次工作空间。另外由图上可以看出当 H 杆增长时， C_1 放大 C_4 减小 $W(P)$ 加大，相应灵活空间减小。

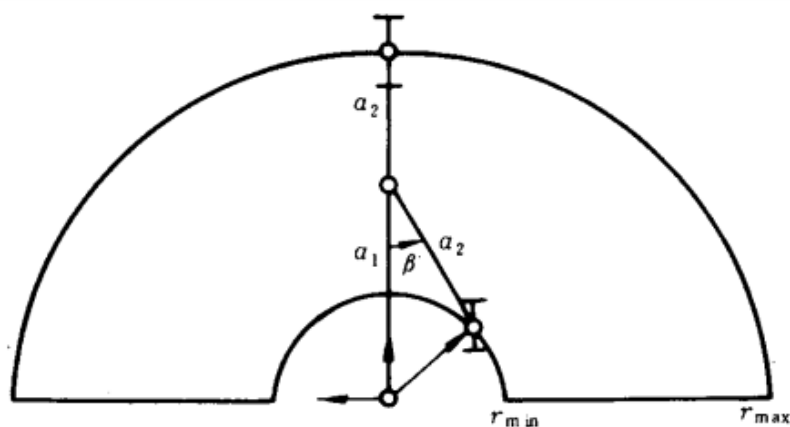


若 θ_1 的活动范围因受结构限制，而不是 360° ，则 $W(P)$ 就不再是 C_1 和 C_4 之间的整个环形面积，如果 θ_3 的活动范围小于 360° 则将没有全方位的可达点，也就不存在全方位的灵活空间。

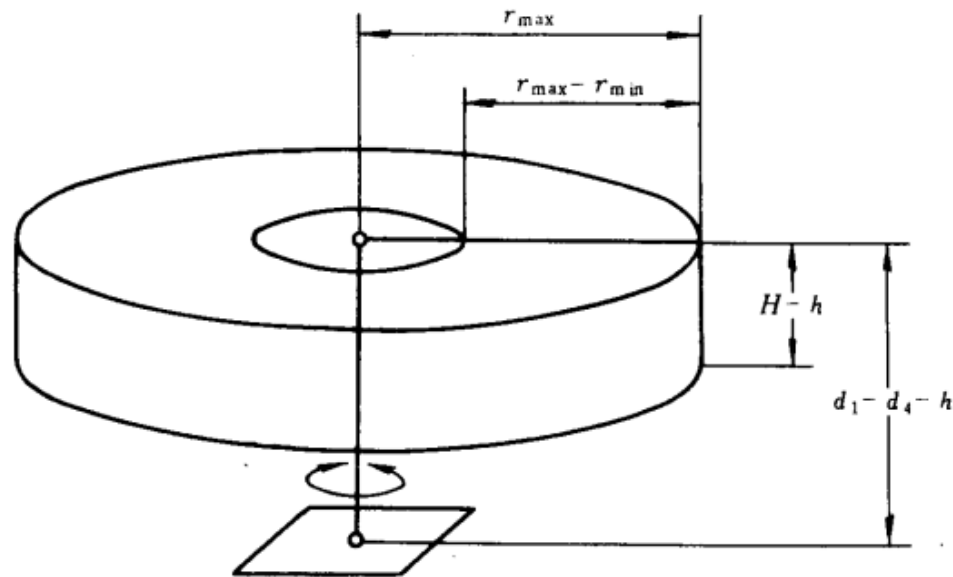


2. SCARA 机器人

图(a)为SCARA机器人，设其各关节的活动范围为 $-\pi \leq \theta_1 \leq \pi$, $-\pi + \beta \leq \theta_2 \leq \pi - \beta$, $h \leq d_3 \leq H$ 及 $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$ (θ_2 是为防止两臂碰撞而设置 β 的), 则其工作空间如图(b), 为一空心圆柱。



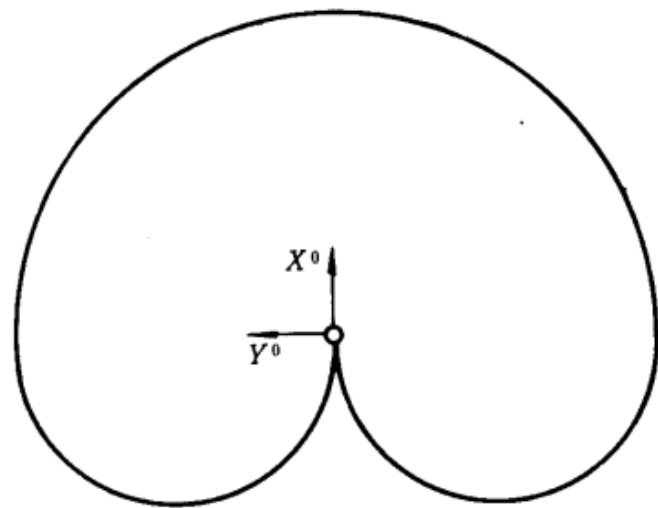
(a)



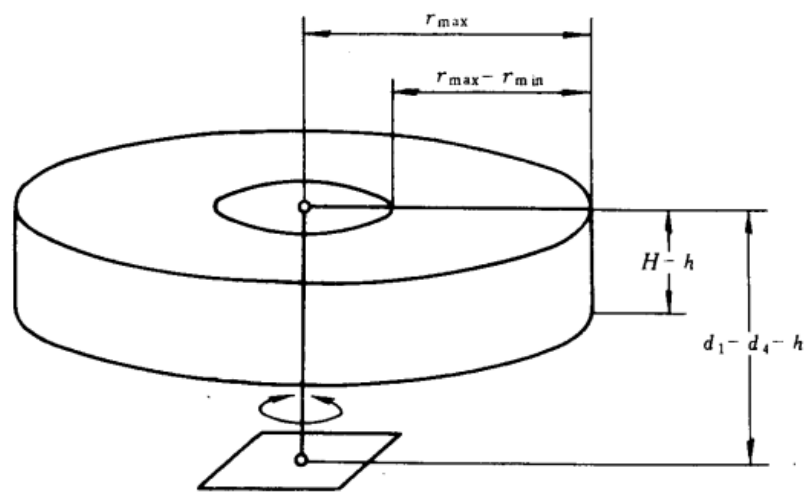
(b)

SCARA 机器人的工作空间

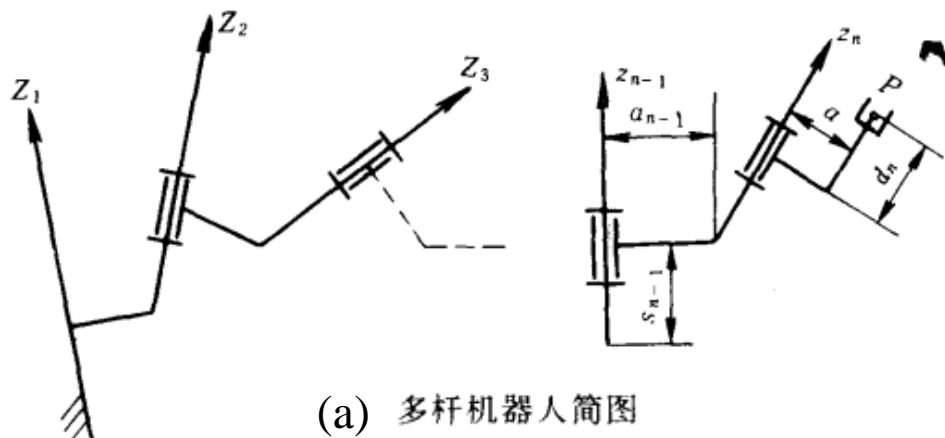
,外径 $r_{\max} = a_1 + a_2$, 内径 $r_{\min} = (a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2\cos\beta)^{\frac{1}{2}}$ 高为从 $d_1 - d_4 - H$ 到 $d_1 - d_4 - h$ 。如果各关节的活动范围改成为 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}$, $-\pi \leq \theta_2 \leq \pi$ 及 $h \leq d_3 \leq H$ 且 $a_1 = a_2$, 则它的工作空间的水平截面将如图 (c) 所示高度依旧为从 $d_1 - d_4 - H$ 到 $d_1 - d_4 - h$, 由此可见机器人的工作空间与机器人的结构构形, 结构参数的大小, 以及关节变量的允许活动范围密切相关。



(c) SCARA 机器人水平截面工作范围



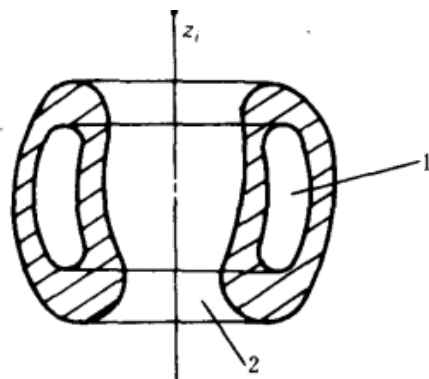
3. 多杆机器人



一般多杆机器人 如图(a) 工作空间的形成为:

末端操作器上参考点 P_n 与 n 坐标系一起绕 z_n 轴旋转在 $n-1$ 坐标系中形成工作空间 $W_{n-1}(P_n)$ 是一个圆 C_{pn} , 继之, 在 $n-1$ 杆带动 C_{pn} 绕 z_{n-1} 轴转动, 在 $n-2$ 坐标系中形成 P_n 的工作空间是一环面 $W_{n-2}(P_n)$, 再由杆 $n-2$ 带动绕 z_{n-2} 轴转动在 $n-3$ 坐标系中形成一旋转体 $W_{n-3}(P_n)$ 工作空间, 再连续绕前面的各轴

旋转, 显然依然是旋转体, 因此一般来讲工作空间是一旋转体。另外, 在一系列旋转构成旋转体过程中也有可能出现空洞或空腔。在转轴 z_i 周围, 沿 z_i 的全长, 参考点 P_n 不能达到的空间如图 (b) 的区域1称为空洞, 参考点 P_n 不能达到的被完全封闭在工作空间之内的如图 (b) 的区域2称为空腔区域。



工作空间中的空洞和空腔
1——空腔 2——空洞

机器人工作空间存在空腔, 使用非常不便, 设计机器人机构时要避免。

4. 机器人工作空间的性能指标

一个是与工作空间体积有关的工作空间性能指数；

另一个是与末端操作器灵活性有关的灵活度，它们是判别机器人设计的指标。

(1)工作空间性能指数:

1983年 Lee and yang 明确地提出了有关该指数的原理.

Lee-Yang 定理，对一给定的机械手工作空间的体积与总长度的立方之比为常数，即

$$\frac{V}{(l_1 + l_2 \cdots + l_{2n})^3} = \frac{V}{L^3} = \text{常数}$$

工作空间性能指数能用体积指数来定义，用 VI 表示 $VI = \frac{V}{L^3} =$

某些工业机器人的工作空间的性能指数已被计算出来，课下查阅资料。

(2)灵活性和灵活度:

所谓某一位置的灵活性是指机器人手臂末杆参考点在工作空间内该位置时末端操作器可能取得姿态的多少。显然取得的姿势越多越灵活,即其灵活性越好。不同的工作对象对机器人手臂灵活性的要求也不相同。了描述和评价机器人的灵活性,国内外许多机器人研究工作者采用了不同的多种方法,对机器人的灵活性进行了分析和研究。不再详述。

为了能直观看到机器人的工作空间,采用数值方法,使用 Matlab 对机器人工作空间的参数方程编程,求解其工作空间三维图如图 4-9 所示。

5.确定工作空间的方法

从前面工作空间形成的启发,可以用解析法求工作空间,原理是将齐次变换和曲线(面)的包络线(面)的结合求出工作空间的边界曲线,此外还有图解法和数值法,不再详述。

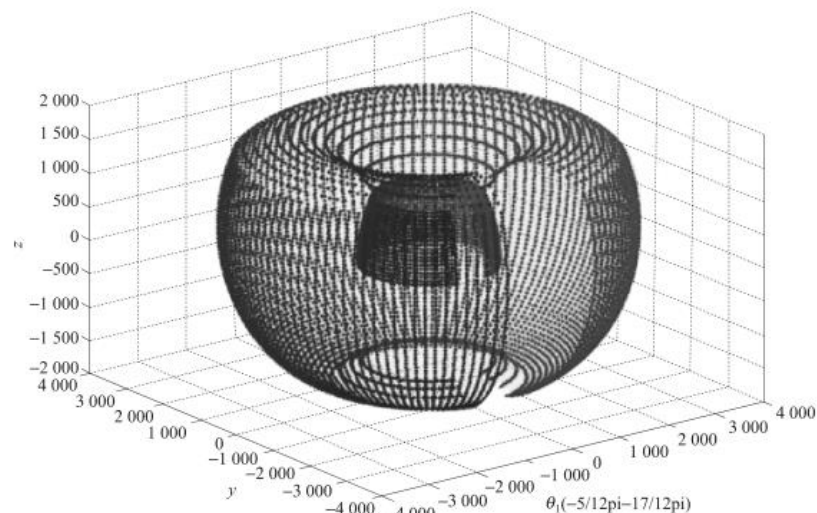


图 4-9 机器人工作空间三维图

思考：四种典型机器人工作空间的形成及特点

作业

一、教材《机器人技术及应用》

P48 习题

1(附加计算该机器人的自由度)、3、5