

三、串联滞后—超前校正

单纯采用超前补偿或滞后校正，均只能改善系统动态特性或稳态特性某一方面的性能。若对校正系统的动态特性和稳态特性都有较高要求时，宜采用串联滞后—超前补偿装置。

串联滞后—超前校正中，超前部分用于提高系统的相对稳定性以及提高系统的快速性；滞后部分主要用于提高系统的相对稳定性，抗高频干扰，提高开环放大系数，从而提高稳态精度。

串联滞后—超前校正的设计指标仍然是稳态精度和相位裕度。

滞后—超前校正

$$G_c(s) = \frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{(\frac{1}{\alpha}T_1s + 1)(\alpha T_2s + 1)}$$

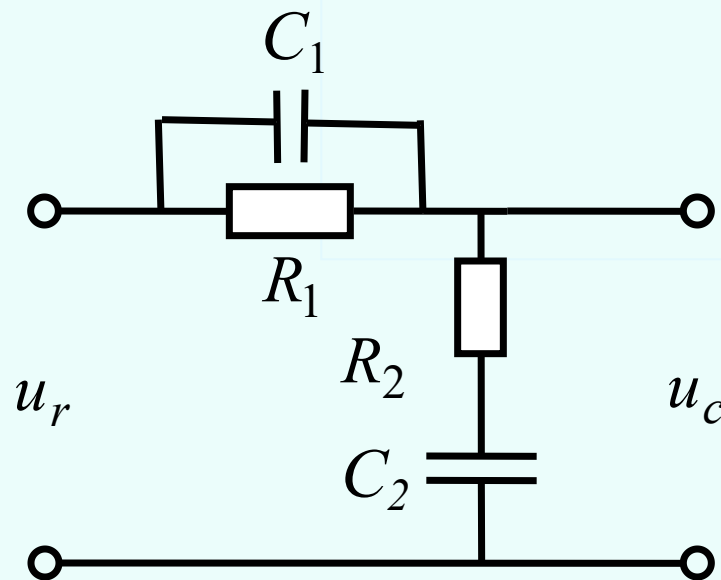
$$R_1C_1 = T_1 \quad R_2C_2 = T_2 (T_2 > T_1)$$

$$R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2 = T_1 / \alpha + \alpha T_2$$

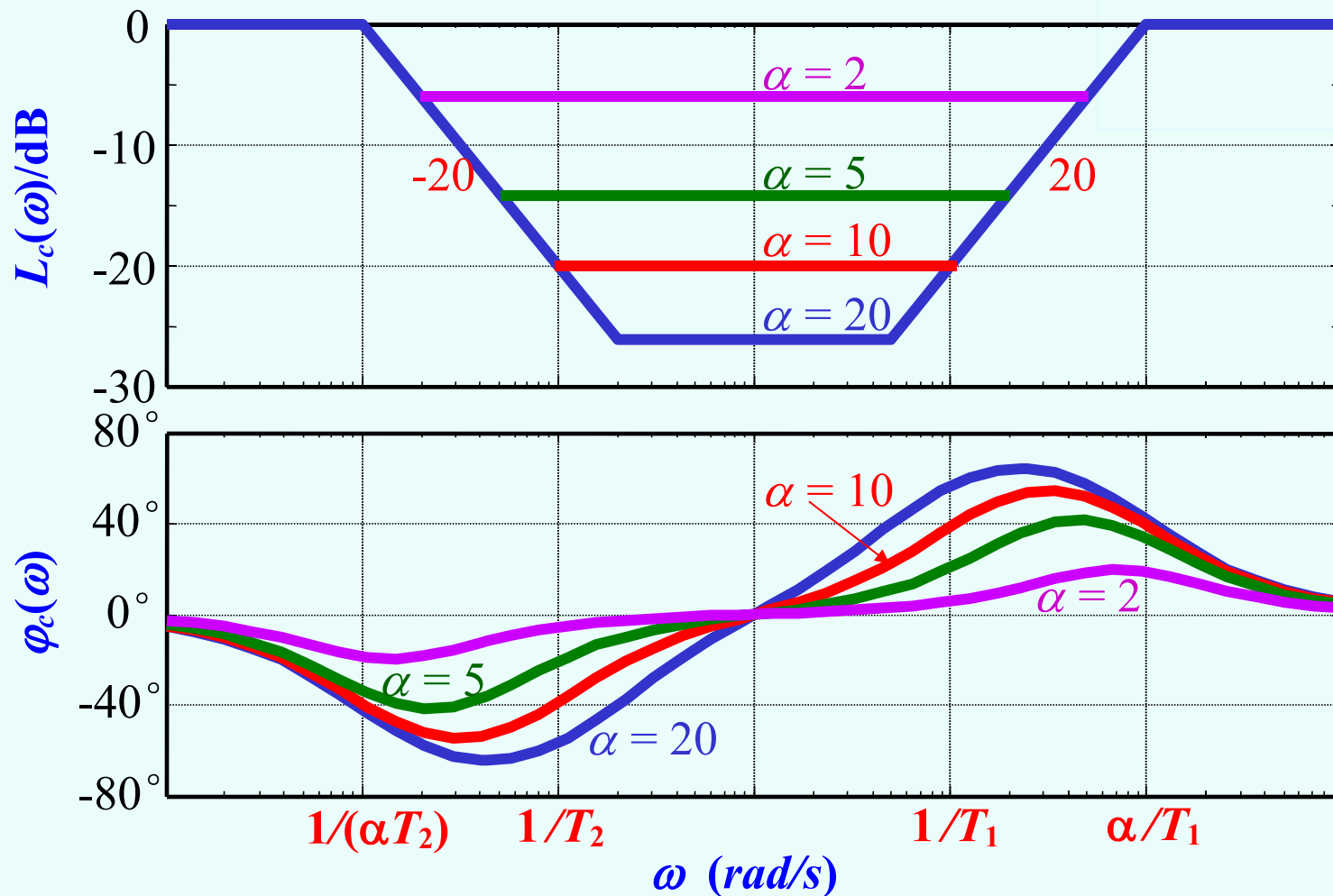
$$\alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$$

转折频率:

$$\omega_1 = \frac{1}{\alpha T_2} \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2}$$
$$\omega_3 = \frac{1}{T_1} \quad \omega_4 = \frac{\alpha}{T_1}$$



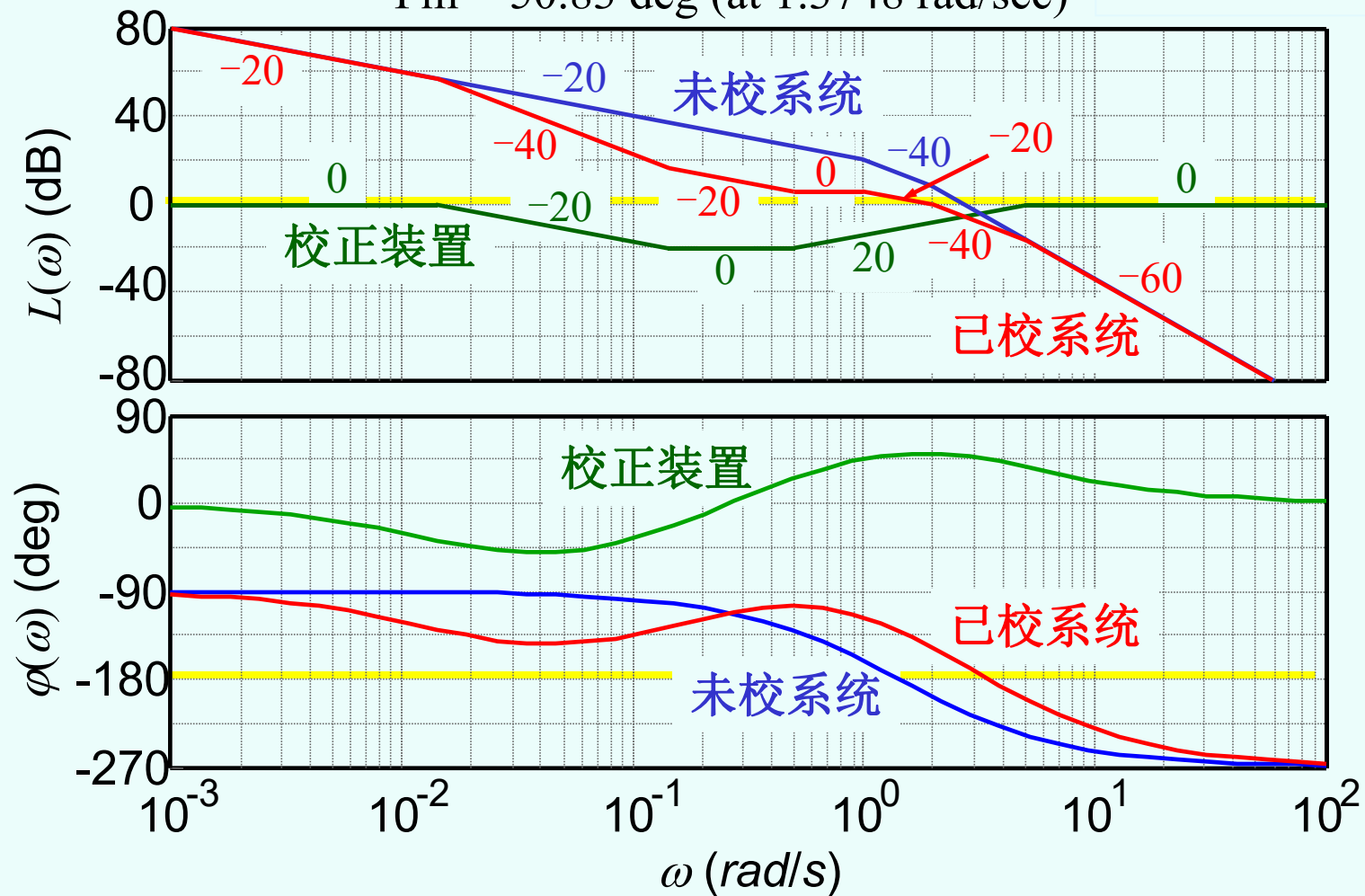
超前—滞后补偿网络的频率特性



Bode Diagram

$G_m = 13.071$ dB (at 3.5289 rad/sec)

$P_m = 50.83$ deg (at 1.3748 rad/sec)



➤ 滞后—超前校正

□ 例：电液伺服单位反馈系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

若要求系统稳态速度误差系数 $K_v = 10$ ，幅值裕量 $K_g \geq 10\text{dB}$ ，幅值穿越频率 $\omega'_c \geq 1.2\text{rad/s}$ ，相位裕量 $\gamma(\omega'_c) \geq 50^\circ$ ，试设计无源串联校正装置。

解：1) 确定开环增益 K

系统为I型系统，根据稳态误差系数的要求：

$$K = K_v = 10。$$

从而：

$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

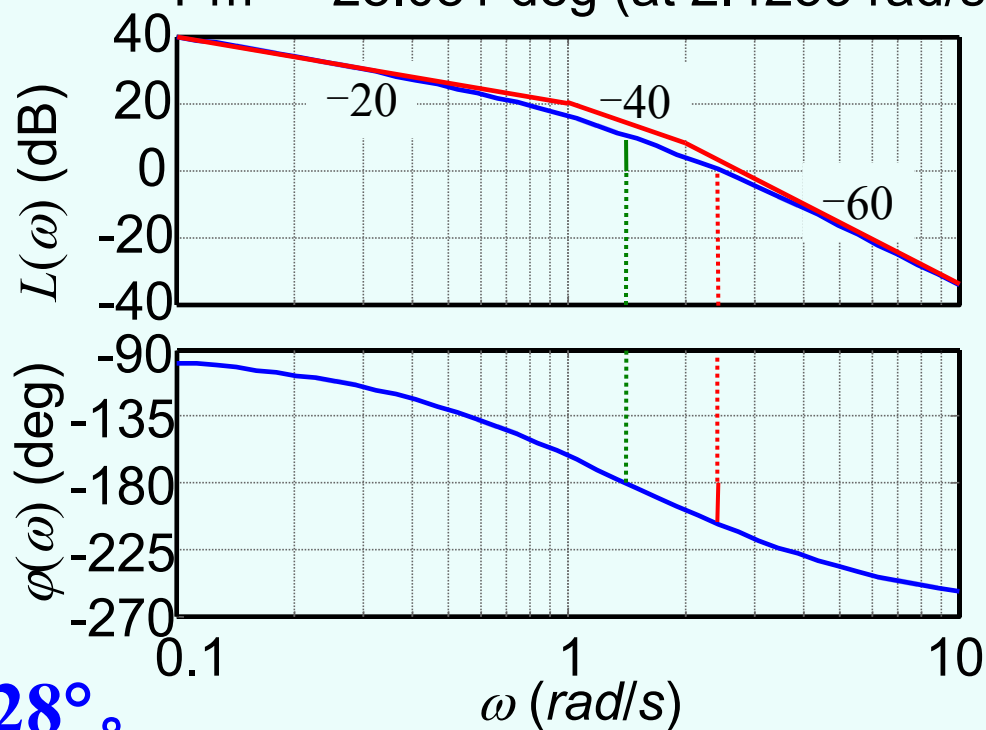
求得未校系统：

$$\omega_c = 2.43 \text{ rad/s}$$

$$K_g = -10.5 \text{ dB}, \quad \gamma(\omega_c) = -28^\circ。$$

Bode Diagram

$G_m = -10.458 \text{ dB}$ (at 1.4142 rad/sec)
 $P_m = -28.081 \text{ deg}$ (at 2.4253 rad/sec)



2) 确定校正装置

显然原系统不稳定， $\gamma(\omega_c)$ 与设计要求的相差 78° ，采用一级超前校正，无法达到设计要求。

若采用两级超前校正， ω'_c 过大，不仅导致抗干扰能力大大下降。而且由于响应速度过高，可能超过伺服机构输出的变化速率。

若采用滞后校正，由于 $\gamma(\omega'_c)$ 要求较大，导致 ω'_c 很小($< 0.5rad/s$)，校正装置的时间常数 T_2 过大，物理上难以实现。因此，考虑采用滞后—超前校正。

3) 确定校正装置参数

✓ 确定校正后系统的 ω'_c

原则：

- 在 ω'_c 处可以通过校正装置所提供的相角超前量使系统满足相位裕量的要求；
- 在 ω'_c 处可以通过校正装置滞后部分的作用使原幅频特性衰减到0dB；
- 满足响应速度的要求；

一般可选择原系统的相位穿越频率 ω_g 作为 ω'_c 。

对本例，注意到 ω_g 约为 $1.5rad/s$ ，故选择：

$$\omega'_c = 1.5rad/s > 1.2rad/s$$

此时， $\varphi(\omega'_c) = -180^\circ$ ，所需相位超前量约为 55° （考虑滞后装置引起的相位滞后量为 5° ），采用一个滞后—超前装置能够提供。

另外，在 ω'_c 处，原系统的幅频特性值：

$$L(1.5) \approx 13dB$$

将其衰减至0dB也很容易。

✓ 确定滞后部分的参数

■ 确定 α

根据最大超前角 55° 的要求，由：

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} \quad \longrightarrow \quad \alpha = 10$$

■ 确定 T_2

为了使滞后部分的最大相角滞后量远离校正后的 ω'_c 。选择：

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{10} \omega'_c = 0.15 \text{ rad/s} \quad \longrightarrow \quad T_2 = 6.67 \text{ s}$$

或者根据允许的相角滞后量选择 T_2 ，即利用：

$$\varphi_c(\omega'_c) = \arctg \omega'_c T_2 - \arctg \omega'_c \alpha T_2 = -5^\circ$$

解得 $T_2 = 6.85$ (0.0065舍去)

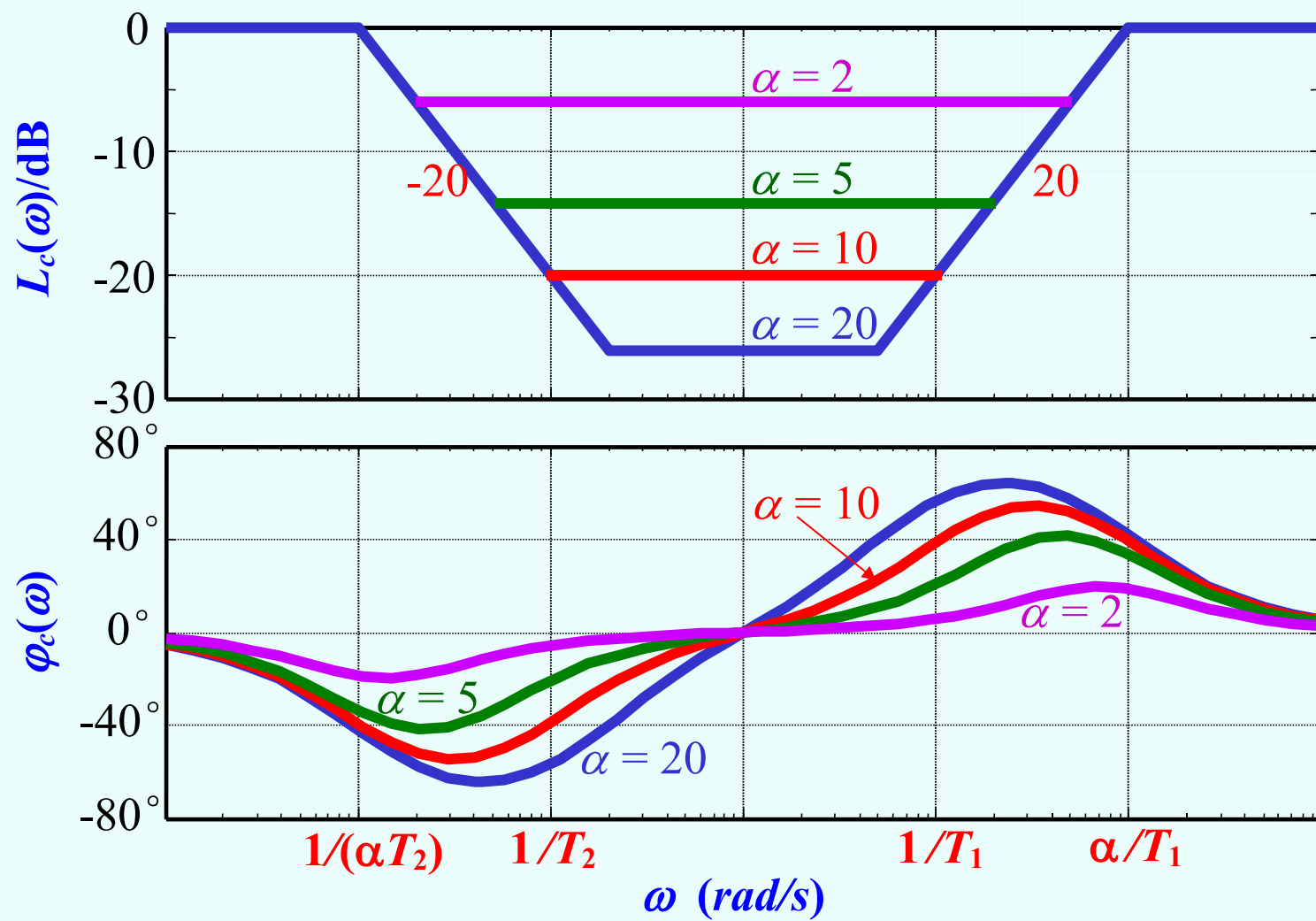
取 $T_2 = 7$ ，得滞后部分的传递函数为：

$$\frac{T_2 s + 1}{\alpha T_2 s + 1} = \frac{7s + 1}{70s + 1}$$

✓ 确定超前部分的参数

注意到，加入滞后—超前校正装置后，需使 $\omega'_c = 1.5 \text{ rad/s}$ 成为幅值穿越频率，即要求滞后—超前装置在 ω'_c 处提供 $L(\omega'_c)$ 的衰减量。

使得： $L(\omega'_c) + L_c(\omega'_c) = 0$



因此，过 $(\omega'_c, -L(\omega'_c))$ ，即 $(1.5rad/s, -13dB)$ 点，作斜率为 $+20dB/dec$ 的直线（滞后—超前装置超前部分的渐近线）。该直线与 $0dB$ 线以及 $-20lg\alpha$ 线的交点横坐标即为超前部分的高、低转折频率。

该直线与 $0dB$ 线交点横坐标也可由渐近线方程确定。即：

$$\frac{-L(\omega'_c) - (-20lg\alpha)}{lg\omega'_c - lg\frac{1}{T_1}} = 20$$

$$\longrightarrow T_1 = 1.43$$

取 $T_1 = 1.5$ ，得超前部分的传递函数为：
$$\frac{T_1 s + 1}{\frac{T_1}{\alpha} s + 1} = \frac{1.5s + 1}{0.15s + 1}$$

从而，校正装置的传递函数为：

$$G_c(s) = \frac{T_2 s + 1}{\alpha T_2 s + 1} \cdot \frac{\alpha T_1 s + 1}{T_1 s + 1} = \frac{7s + 1}{70s + 1} \cdot \frac{1.5s + 1}{0.15s + 1}$$

校正后系统的传递函数为：

$$G_c(s)G(s) = \frac{10(7s + 1)(1.5s + 1)}{s(s + 1)(0.5s + 1)(70s + 1)(0.15s + 1)}$$

性能指标为：

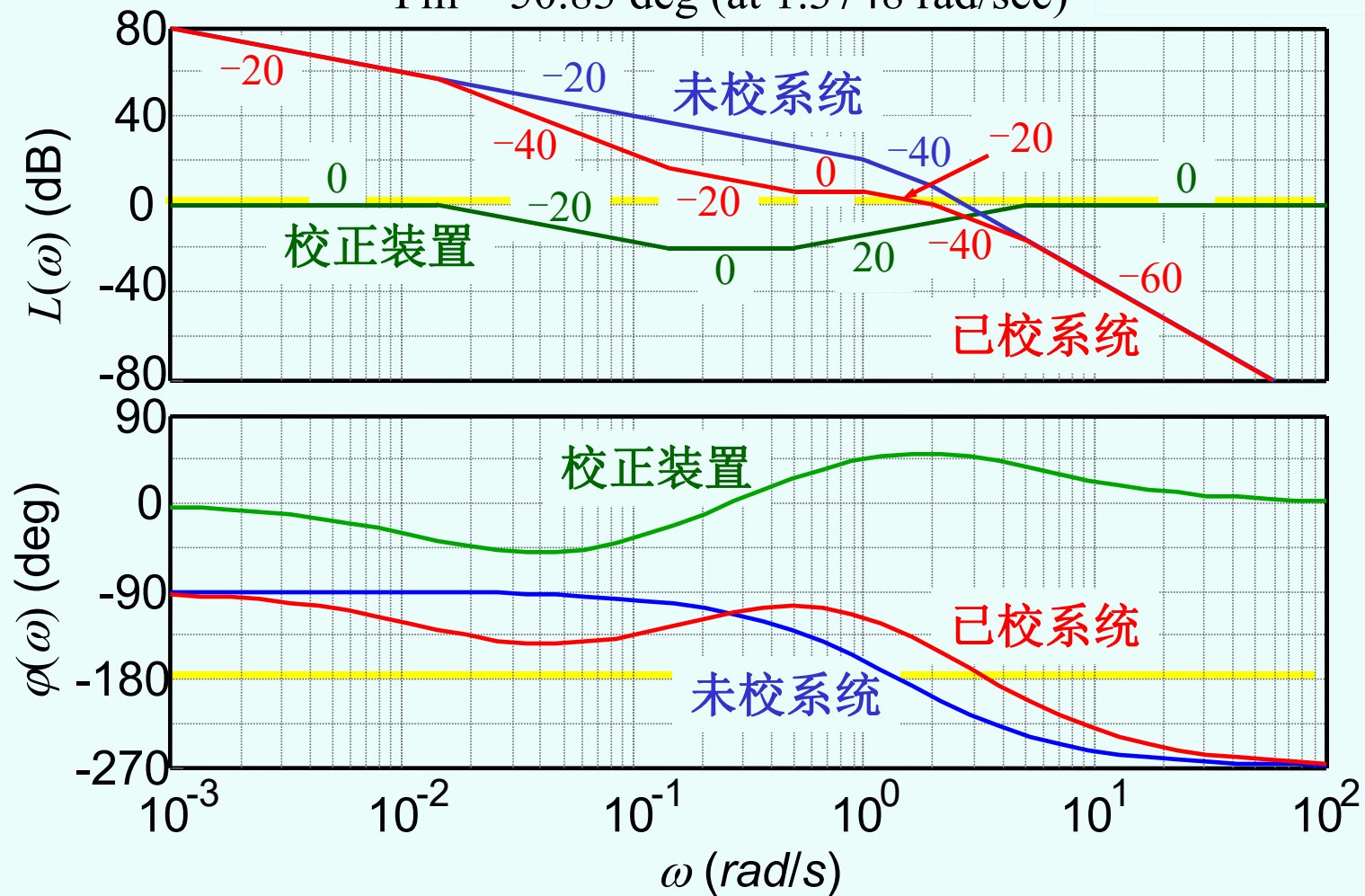
$$K_v = 10, \quad K_g = 13\text{dB},$$

$$\omega'_c = 1.37\text{rad/s}, \quad \gamma(\omega'_c) = 50.8^\circ.$$

Bode Diagram

$G_m = 13.071$ dB (at 3.5289 rad/sec)

$P_m = 50.83$ deg (at 1.3748 rad/sec)



□ 滞后—超前校正设计步骤

- ✓ 根据稳态误差要求确定开环增益，并获得此开环增益下未校系统的性能指标；
 - ✓ 选择新的幅值穿越频率 ω'_c ，使其满足：
 - 在 ω'_c 处可以通过校正装置所提供的相角超前量使系统满足相位裕量的要求；
 - 在 ω'_c 处可以通过校正装置滞后部分的作用使原幅频特性衰减到0dB；
 - 满足响应速度的要求；
- 一般可选择原系统的相位穿越频率 ω_g 作为 ω'_c 。

✓ 根据最大超前角的要求，确定 α ；

最大超前角：

$$\varphi_m = \gamma(\omega'_c) - [180 + \varphi(\omega'_c)] + (5 \sim 15)^\circ$$

其中， $5^\circ \sim 15^\circ$ 为校正装置滞后部分在 ω'_c 处引起的相位滞后的补偿量。

✓ 确定滞后部分的转折频率：

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = \left(\frac{1}{2} \sim \frac{1}{10} \right) \omega'_c$$

或由允许的相角滞后量选择 T_2 :

$$\varphi_c(\omega'_c) = \arctg \omega'_c T_2 - \arctg \omega'_c \alpha T_2 = -(5 \sim 15)^\circ$$

其中，相位滞后的补偿量($5^\circ \sim 15^\circ$)需与确定 α 时选择的补偿量相同。

✓ 确定超前部分的转折频率:

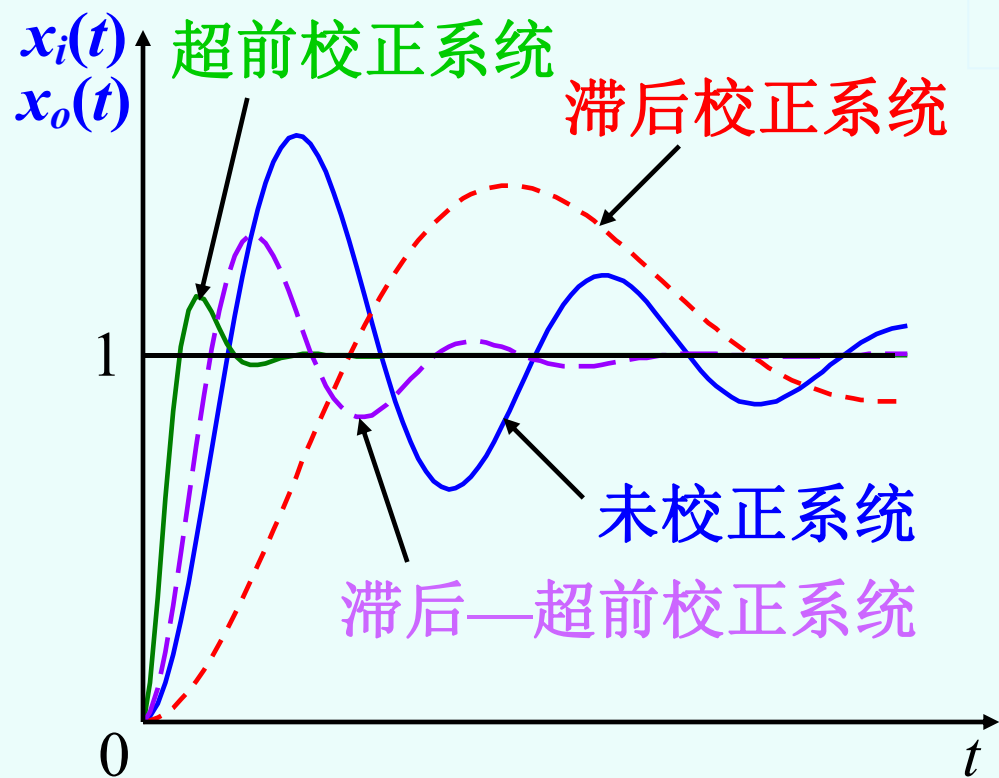
过 $(\omega'_c, -L(\omega'_c))$ 点，作斜率为 $+20\text{dB/dec}$ 的直线(滞后—超前装置超前部分的渐近线)。该直线与 0dB 线以及 $-20\lg \alpha$ 线的交点横坐标即为超前部分的高、低转折频率。

即由下面的渐近线方程确定 T_1 。

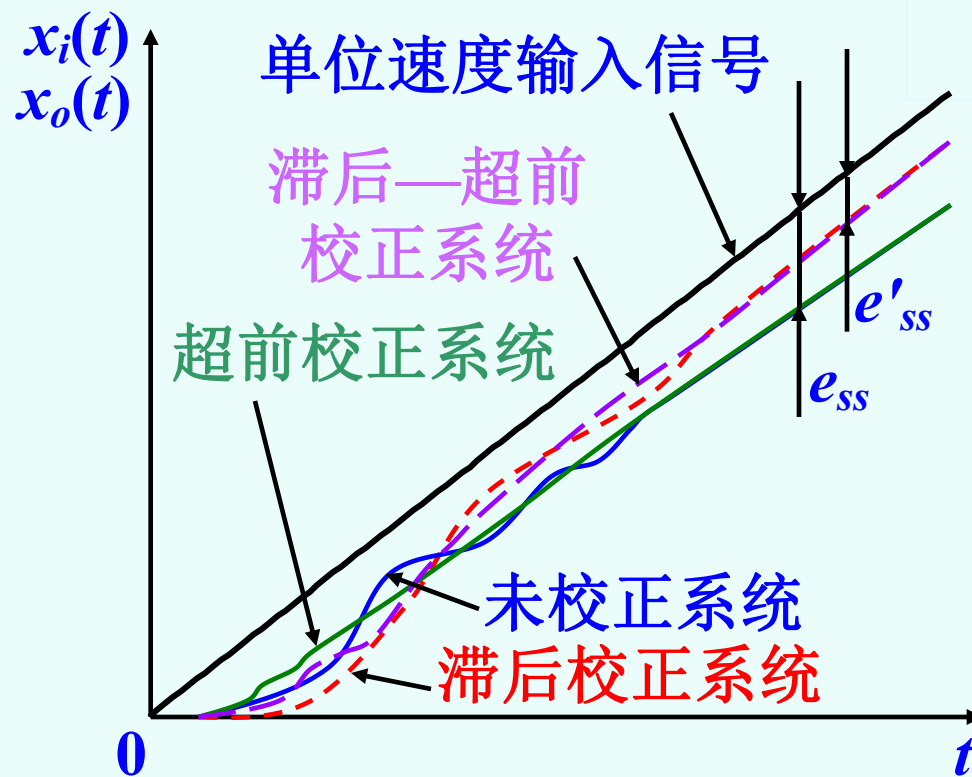
$$\frac{-L(\omega'_c) - (-20\lg \alpha)}{\lg \omega'_c - \lg \frac{1}{T_1}} = 20$$

或直接根据 $L(\omega'_c) + L_c(\omega'_c) = 0$ ，解得 T_1 ；

✓ 验算并确定元件值。若不满足要求，则需要重复上述过程；



校正后系统的单位阶跃响应曲线对比



校正后系统的单位速度响应曲线对比

● 超前、滞后和滞后—超前串联校正的比较

- 超前校正利用其相位超前特性，产生校正作用；滞后校正则通过其高频衰减特性，获得校正效果。
- 超前校正需要一个附加的增益增量，以补偿超前校正网络本身的衰减。即超前校正比滞后校正需要更大的增益。一般，增益越大，系统的体积和重量越大，成本越高。

- 超前校正主要用于增大的稳定裕量。超前校正比滞后校正有可能提供更高的增益交界频率。较高的增益交界频率对应着较大的带宽，大的带宽意味着调整时间的减小。

超前校正系统的带宽，总是大于滞后校正系统的带宽。因此，系统若需具有快速响应特性，应采用超前校正。但是，若存在噪声，则带宽不能过大，因为随着高频增益的增大，系统对噪声更加敏感。

- 滞后校正降低了高频段的增益，但系统在低频段的增益并未降低。采用滞后校正的系统因带宽减小而具有较低的响应速度。但因高频增益降低，系统的总增益可以增大，所以低频增益可以增加，从而提高了稳态精度。此外，系统中包含的任何高频噪声，都可以得到衰减。
- 如果既需要有快速响应特征，又要获得良好的稳态精度，则可以采用滞后—超前校正。滞后—超前校正装置，可增大低频增益（改善了系统稳态性能），提高系统的带宽和稳定裕量。

- 从时域响应特性看，具有超前校正装置的系统呈现最快的响应；具有滞后校正装置的系统响应最缓慢，但其单位速度响应却得到了明显的改善；具有滞后—超前校正装置的系统给出了折衷的响应特性，即在稳态响应和瞬态响应两个方面都得到了适当的改善。