

Chapter7 决策分析

(Graph Theory and Network Analysis)



本章主要内容:

- 引言
- 确定型决策
- 不确定型决策
- 风险型决策



所谓决策，就是为了实现预定的目标在若干可供选择的方案中，选出一个最佳行动方案的过程。决策是一个认识过程，是决策者的一种意识活动，是人们从认识走向实践的一个必经的中间环节。

研究决策者在复杂环境下如何进行决策的理论和方法，提供一种解决包括主观因素（决策者的判断及偏好）在内的复杂决策问题的系统分析方法，其目的在于改进决策过程，提高决策准确性。

决策，是科学也是艺术。决策分析提供了一套推理方法、逻辑步骤和具体技术等，可以帮助决策者在多变的环境条件下进行正确决策。

决策过程是由一系列分析与综合、认识与判断的环节组成的，为了减少决策失误，必须要有科学的决策程序。这个程序大体包括四个主要环节：

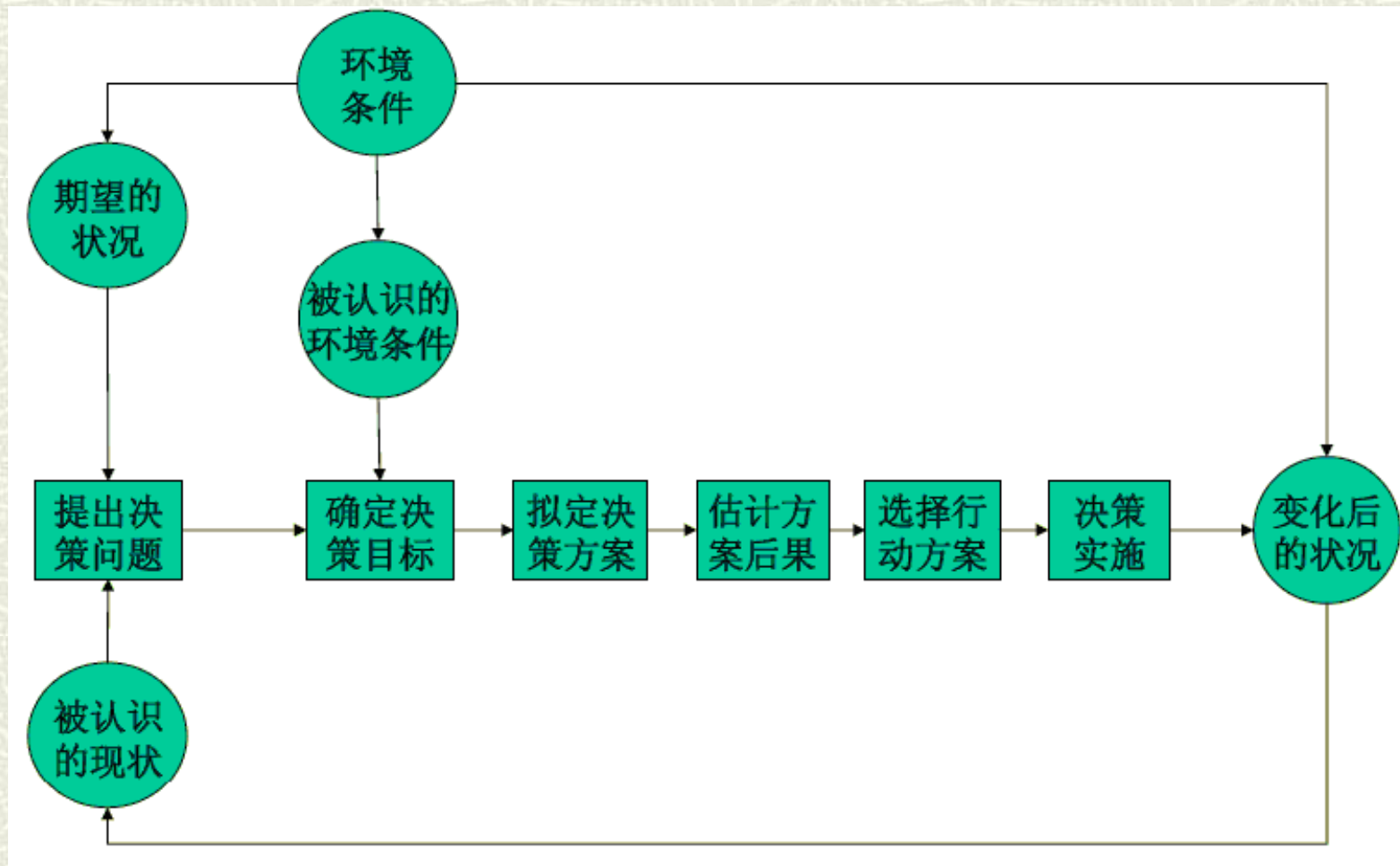
提出决策问题、探查环境条件、确定决策目标阶段。

创造、制定和分析可能采取的行动方案阶段。

从多个可行的方案中，根据对多个方案后果的预估和评价，选出一个特定的行动方案阶段。

对决策的执行结果进行评审阶段。

一般决策过程的示意图



从不同的角度出发可以得出不同的决策分类

按决策内容和层次，可分为战略决策和战术决策；

按重复程度，可分为程序决策和非程序决策；

按问题的信息的多少，可分为确定型、不确定型、风险型决策。

- 确定型决策：指做出一项决策时，只有一种肯定的结局。

- 不确定型决策：指每项抉择将可能到处若干可能结局，并且每个结局出现的可能性是未知的。

- 风险型决策：指做出每项抉择时，可能有若干结局，但可以有根据地对各结局确定出现的概率。

决策按时间可划分为长期决策、中期决策和短期决策，按达到的目标分为单目标决策和多目标决策，按阶段分为单阶段决策和多阶段决策，按决策人参与情况分为个人决策和群体决策等。

一个完整的决策包括下面五个要素：

一是决策者，可以是个人或集体；

二是至少有两个及以上的可供选择的方案；

三是存在决策者无法控制的若干状态；

四是可以测知各个方案与可能出现的状态相应的结果；

五是衡量各种结果的评价标准，即决策准则。

可控因素

方案集（策略集）：为达到预期目标而采取的行动方案，全体方案构成方案集，记作 $A=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 。

不可控因素

状态集：决策问题所处的外部环境，如天气情况、市场销售情况等，所有可能的状态构成的集合成为状态集，记作 $S=\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ 。状态 s_i 出现的概率记作 $p(s_i)$ 。

损益值（效益值）：采取不同方案在不同自然状态下所对应的收益或损失值，记作 $V=F(A, S)$ ，其中

$A=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $S=\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$, $v_{ij}=f(a_i, s_j)$ 表示第 i 个方案在第 j 种自然状态下的损失或收益值。

决策准则与最优值

决策损益表

自然状态 状态概率 损益值 方案	s_1	s_2	...	s_m
	$p(s_1)$	$p(s_2)$	...	$p(s_m)$
a_1	V_{11}	V_{12}	...	V_{1n}
a_2	V_{21}	V_{22}	...	V_{2n}
	...	...	...	...
a_n	V_{n1}	V_{n2}	...	V_{nm}

§ 1 确定型决策

§ 2 不确定型决策

§ 3 风险型决策

确定型决策：为了达到一个预定的目标，可以有各种不同的方案进行选择，而每种方案的执行，其结果是已知的，这种决策称为确定型决策。

只要把各种方案及预期的损失（或收益）列出，根据要达到的目标的要求进行选择即可。

如有 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 和 A_5 五种方案，其预期收益分别列于表中，若希望得到最大收益，就应该选择方案 A_3

方案	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
收益	4	2	5	3	1

不确定型决策是指决策者对他所面临的问题有若干种解决方案，但这些方案的执行将出现哪些事件或状态，缺乏必要的情报资料，也就是对自然状态发生的概率未知，决策者只能根据自己对事物的主观态度进行决策分析和抉择。

因此，不同的决策者可以有不同的决策准则。下面介绍不确定情况下的几个准则，决策者可以根据其具体情况，选择一个最合适的准则进行决策。

例：某电视机厂，2010 年产品更新方案： A_1 ：彻底改型； A_2 ：只改机芯，不改外壳； A_3 ：只改外壳，不改机芯。可能遇到的市场销售情况有三种，销量高（ S_1 ）、中（ S_2 ）、低（ S_3 ），三种状态下的收益（单位：万元）如下表 1 所示。试问该电视机厂将如何进行产品更新方案的决策？

表 1 收益表

方案 \ 状态 收益	状态		
	S_1	S_2	S_3
A_1	20	1	-6
A_2	9	8	0
A_3	6	5	4

1. 悲观（最大最小）准则

最大最小准则亦称保守主义决策准则。当决策者面临各事件发生的概率不清以及考虑到可能由于决策错误造成重大经济损失时，他在处理问题时比较小心、谨慎。他总是从最坏的结果着想，再从中选择其中最好的。

状态 收益 a_{ij} 方案	S_1	S_2	S_3	$\min_{1 \leq j \leq 3} a_{ij}$
A_1	20	1	-6	-6
A_2	9	8	0	0
A_3	6	5	4	4(max)
决策	$\max_{1 \leq i \leq 3} \{ \min_{1 \leq j \leq 3} a_{ij} \}$			4

2. 乐观（最大最大）准则

乐观准则是从最好的情况出发，决不放弃任何一个获得最好结果的机会，带有一定的冒险性质，反映了决策者的冒进乐观态度，其决策方法是从各个可行方案的最大收益中，选择收益最大的方案为最优方案。

收益 a_{ij} 方案 \ 状态	S_1	S_2	S_3	$\max_{1 \leq j \leq 3} a_{ij}$
A_1	20	1	-6	20 (max)
A_2	9	8	0	9
A_3	6	5	4	6
决策	$\max_{1 \leq i \leq 3} \{ \max_{1 \leq j \leq 3} a_{ij} \}$			20

3. 折中准则

当用乐观准则和悲观准则来处理问题时，有的决策者认为这样处理过于极端了。于是决策者根据以往的经验，确定一个乐观系数 $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ ，将每个方案的最大收益和最小收益折中考虑，求出方案的折中收益，具体公式是

方案折中收益 $CV = \alpha \times \text{方案最大收益} + (1 - \alpha) \times \text{方案最小收益}$

显然，折中收益 CV 越大，方案越优； α 越趋近于 1，表示决策者越乐观，反之则表示越悲观。 $\alpha = 0.6$

状态 收益 a_{ij} 方案	S_1	S_2	S_3	折中收益 CV_i
A_1	20	1	-6	9.6(max)
A_2	9	8	0	5.4
A_3	6	5	4	5.2
决策	$\max_{1 \leq i \leq 3} \{CV_i\}$			9.6

4. 等可能性准则

等可能性准则又称拉普拉斯（Laplace）准则。它假定各种自然状态出现的可能性（概率）是相等的，在这种条件下利用同等概率来计算各个可行方案的期望收益，具有最大期望收益的方案就是最优方案。

状态 收益 a_{ij} 方案	S_1	S_2	S_3	等可能期望收益值
A_1	20	1	-6	5
A_2	9	8	0	5.67(max)
A_3	6	5	4	5
决策	$\max_{1 \leq i \leq 3} \{E(A_i)\}$			5.67

5. 后悔值准则

后悔值准则是由经济学家 Savage 提出的，又称最小机会损失准则。其基本思想是：当决策者选定决策方案后，结果发现所选方案并非实际最优方案，必然产生后悔。这种后悔实际上是一种机会损失。一定自然状态下所选方案的收益之与该状态下最优方案的收益值之差越大，后悔就越强烈。因此把某自然状态下最大收益与该状态下各方案收益之差，称为该状态下各方案的后悔值，即在某自然状态下

方案的后悔值 = 最大收益 - 方案收益

在做决策时，先计算出在各种自然状态下各方案的后悔值，然后从各方案的最大后悔值中选出后悔值最小的方案为最优方案。

表 2 后悔值表

状态 后悔值 q_{ij} 方案	S_1	S_2	S_3	$\max_{1 \leq j \leq 3} q_{ij}$
A_1	0	7	10	10 (min)
A_2	11	0	4	11
A_3	14	3	0	14
决策	$\min_{1 \leq i \leq 3} \{ \max_{1 \leq j \leq 3} q_{ij} \}$			10

例：某公司需要对某新产品生产批量作出决策，各种批量在不同的自然状态下的收益情况如下表（**收益矩阵**）：

行动方案 \ 自然状态	N_1 (需求量大)	N_2 (需求量小)
S_1 (大批量生产)	30	-6
S_2 (中批量生产)	20	-2
S_3 (小批量生产)	10	5

自然状态 行动方案	N_1 (需求量大)	N_2 (需求量小)	$\text{Min} [\alpha(S_i, N_j)]$ $1 \leq j \leq 2$
S_1 (大批量生产)	30	-6	-6
S_2 (中批量生产)	20	-2	-2
S_3 (小批量生产)	10	5	5(max)

自然状态 行动方案	N_1 (需求量大)	N_2 (需求量小)	$\text{Max} [\alpha(S_i, N_j)]$ $1 \leq j \leq 2$
S_1 (大批量生产)	30	-6	30(max)
S_2 (中批量生产)	20	-2	20
S_3 (小批量生产)	10	5	10

自然状 态 行动方案	N_1 (需求量大) $p = 1/2$	N_2 (需求量小) $p = 1/2$	收益期望值 $E(S_i)$
S_1 (大批量生产)	30	-6	12(max)
S_2 (中批量生产)	20	-2	9
S_3 (小批量生产)	10	5	7.5

自然状 态 行动方案	N_1 (需求量大)	N_2 (需求量小)	CV_i
S_1 (大批量生产)	30	-6	19.2(max)
S_2 (中批量生产)	20	-2	13.4
S_3 (小批量生产)	10	5	8.5

$$\alpha = 0.7$$

自然状态 行动方案	N_1 (需求量大)	N_2 (需求量小)
S_1 (大批量生产)	30	-6
S_2 (中批量生产)	20	-2
S_3 (小批量生产)	10	5

自然状态 行动方案	N_1 (需求量大)	N_2 (需求量小)	$\text{Max}_{1 \leq j \leq 2} a_{ij}'$
S_1 (大批量生产)	0 (30,理想值)	11 [5-(-6)]	11
S_2 (中批量生产)	10 (30-20)	7 [5-(-2)]	10 (min)
S_3 (小批量生产)	20 (30-10)	0 (5,理想值)	20

风险型决策的信息量介于确定型决策与不确定型决策之间。该风险型决策是指决策者对客观情况不甚了解，但对将来发生各事件的概率是已知的。决策者根据他的经验或过去的统计资料等途径，可以分析获得各事件发生的概率。在风险决策中一般采用期望值作为决策准则。

本节主要介绍风险型决策中常用的决策方法

- 最大可能准则
- 期望收益决策法
- 决策树法

一、最大可能准则

在一次或极少数几次的决策中，取概率最大的自然状态，按照确定型问题进行讨论。

自然状态 行动方案	N_1 (需求量大) $p(N_1) = 0.3$	N_2 (需求量小) $p(N_2) = 0.7$	概率最大的自然状态 N_2
S_1 (大批量生产)	30	-6	-6
S_2 (中批量生产)	20	-2	-2
S_3 (小批量生产)	10	5	5 (max)

二、期望值准则

根据各自然状态发生的概率，求不同方案的期望收益值，以最大期望收益值或最小期望损失值准则选择的方案。

$$E(S_i) = \sum P(N_j) \times v_{ij}$$

自然状 态 行动方案	N_1 (需求量大) $p(N_1) = 0.3$	N_2 (需求量小) $p(N_2) = 0.7$	$E(S_i)$
S_1 (大批量生产)	30	-6	4.8
S_2 (中批量生产)	20	-2	4.6
S_3 (小批量生产)	10	5	6.5 (max)

期望收益决策法就是利用概率论中随机变量的数学期望公式算出每个行动方案的收益（损失）期望值并加以比较。选择最优收益期望值的行动方案为最优方案。

例：某冷饮店要拟定6、7、8月份雪糕的日进化计划。雪糕进货成本为每箱60元，销售价格为每箱110元，即当天能卖出，每箱可获利50元。如果当天卖不出去，剩余一箱就因冷藏及其他原因而亏损20元。现市场需求情况不清楚，但有前两年同期180天的日销售资料，见表10.3.1。试问应拟定怎样的雪糕日进货计划，才能使利润最大？

表 10.3.1 雪糕日销售量统计表

日销售量（箱）	完成日销售量的天数	概率
50	36	$36/180=0.2$
60	72	$72/180=0.4$
70	54	$54/180=0.3$
80	18	$18/180=0.1$
总和	180	1

从下表3的计算结果可以看出，日进货70箱的计划方案期望利润最大。因此，该店的最优进货方案是日进货70箱雪糕。

表 3

日售货量（箱）		50	60	70	80	
自然状态概率		0.2	0.4	0.3	0.1	
日 进 货 量 （箱）		利润（元）				期望利润
	50	2500	2500	2500	2500	2500
	60	2300	3000	3000	3000	2860
	70	2100	2800	3500	3500	2940
	80	1900	2600	3300	4000	2810

各个进货方案的期望利润，是在收益表的基础上，将每个方案在不同自然状态下的利润乘以该自然状态发生的概率之和。四个进货方案的期望利润列于表的最后一列。

决策树法是风险型决策中常用的方法，一般用于序列决策中。它利用树形图模型来描述决策分析问题，并直接在决策树图上进行决策分析，其决策目标(准则)可以是收益(损失)期望值或经过变换的其它指标值。它的优点是能使决策问题形象直观，思路清晰，便于思考与集体讨论。特别是在多阶段决策活动中，它更是层次分明、一目了然、计算方便。决策树法是借助决策树来进行决策的，下面通过介绍决策树的结构来介绍此方法。

决策树是由**决策点、事件点及结果**构成的树形图，如图所示。

◆图中结点□称为决策点，由决策点一处若干条线段直线，每条线段代表一个方案，称作方案枝；

◆在每个方案枝的末端画上一个结点○，称作状态点；由状态点引出若干条线段，每条线段代表一个自然状态及其可能出现的概率，称作状态枝；

◆在状态枝的末端画上一个结点△，称作结果点。在结果点旁边列出不同状态下的收益或损失，以供决策用。

//： 叫截号，用于舍去方案。

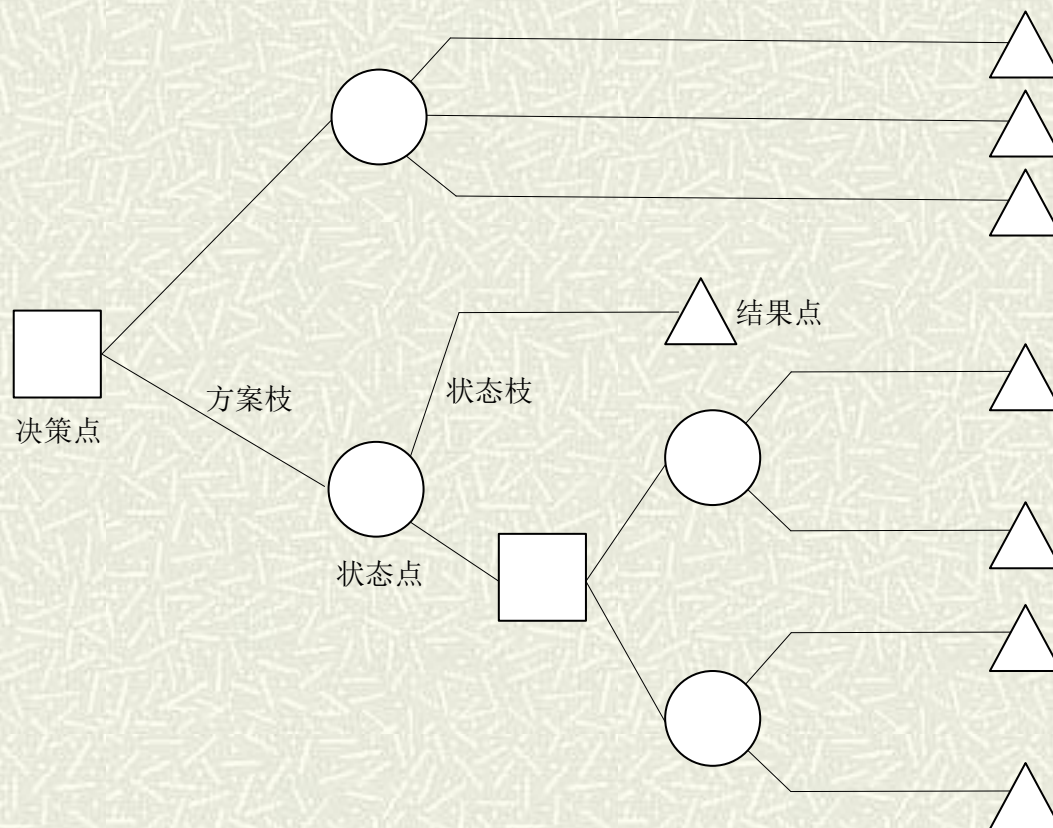


图 2 决策树

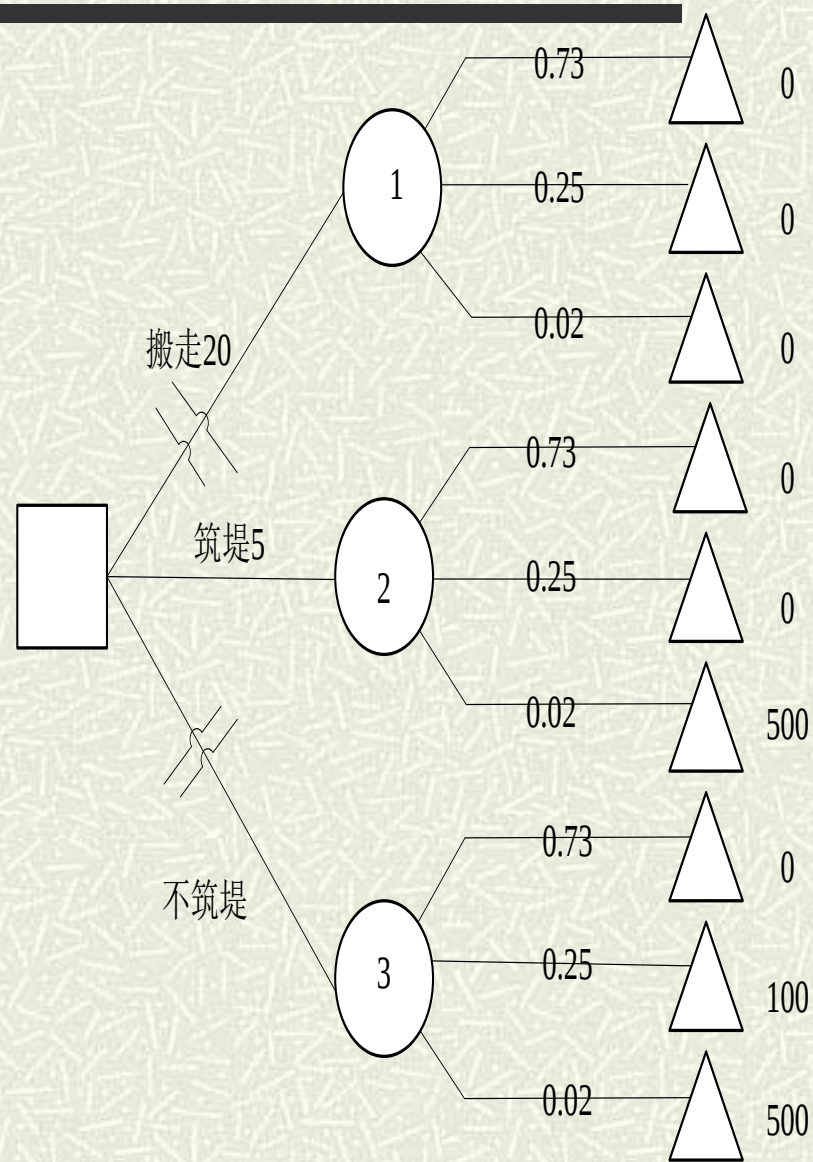
一般决策问题具有多个可行方案，因此决策树都是从左向右由简入繁，组成一个树形的网状图。分析时采用从右向左后退进行分析，根据右端的收益或损失与状态枝的概率，计算出同一方案不同自然状态下的期望收益（负的为损失），然后根据不同方案的期望收益的大小做出选择，对落选的非最优方案在树图上进行剪枝，即在落选的方案枝上画“//”符号，最后决策点只留下一条方案枝，即为决策中的最优方案。

- 绘制决策树（自左向右）
- 计算期望值（自右向左）
- 比较选择（修枝剪枝）

对一个决策问题，如果只需进行一次决策就可以选出最优决策，达到决策的目的，这种决策称作单级决策。下面举例加以说明。

例 10.3.2 某土建工程施工中使用一台大型施工设备，现在考虑雨季到来时的设备处理问题。已知资料如下：发生一般洪水，大洪水和特大洪水的概率分别为 0.73, 0.25 和 0.02。若设备搬走，需支付 20 万元，不管洪水大小，设备不受损失；若设备就地放置，筑堤保护，需支付 5 万元，一般洪水和大洪水时，设备不受损失，若出现特大洪水造成设备损失 500 万元；若就地放置，不筑堤保护，在出现一般洪水时不受损失，但出现大洪水时损失 100 万元，出现特大洪水造成设备损失 500 万元。试用决策树法做出合理的决策。

例 10.3.2 某土建工程施工中使用一台大型施工设备，现在考虑雨季到来时的设备处理问题。已知资料如下：发生一般洪水，大洪水和特大洪水的概率分别为 0.73, 0.25 和 0.02。若设备搬走，需支付 20 万元，不管洪水大小，设备不受损失；若设备就地放置，筑堤保护，需支付 5 万元，一般洪水和大洪水时，设备不受损失，若出现特大洪水造成设备损失 500 万元；若就地放置，不筑堤保护，在出现一般洪水时不受损失，但出现大洪水时损失 100 万元，出现特大洪水造成设备损失 500 万元。试用决策树法做出合理的决策。



解：第一步，根据题意，画出决策树，如图 10.3.2 所示；

第二步，计算各结点的期望损失：

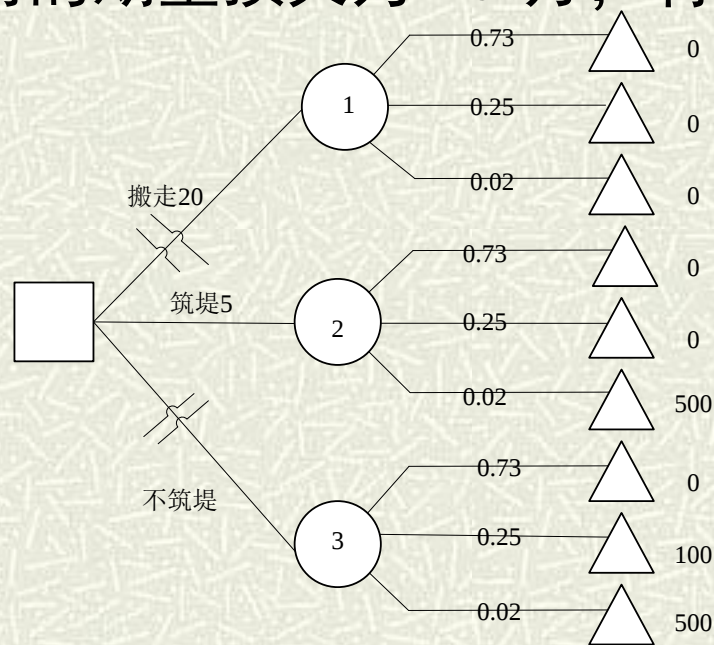
状态点 1（搬走）： $20+0.73 \times 0+0.25 \times 0+0.02 \times 0=20$ （万）；

状态点 2（筑堤保护）： $5+0.73 \times 0+0.25 \times 0+0.02 \times 500=15$ （万）；

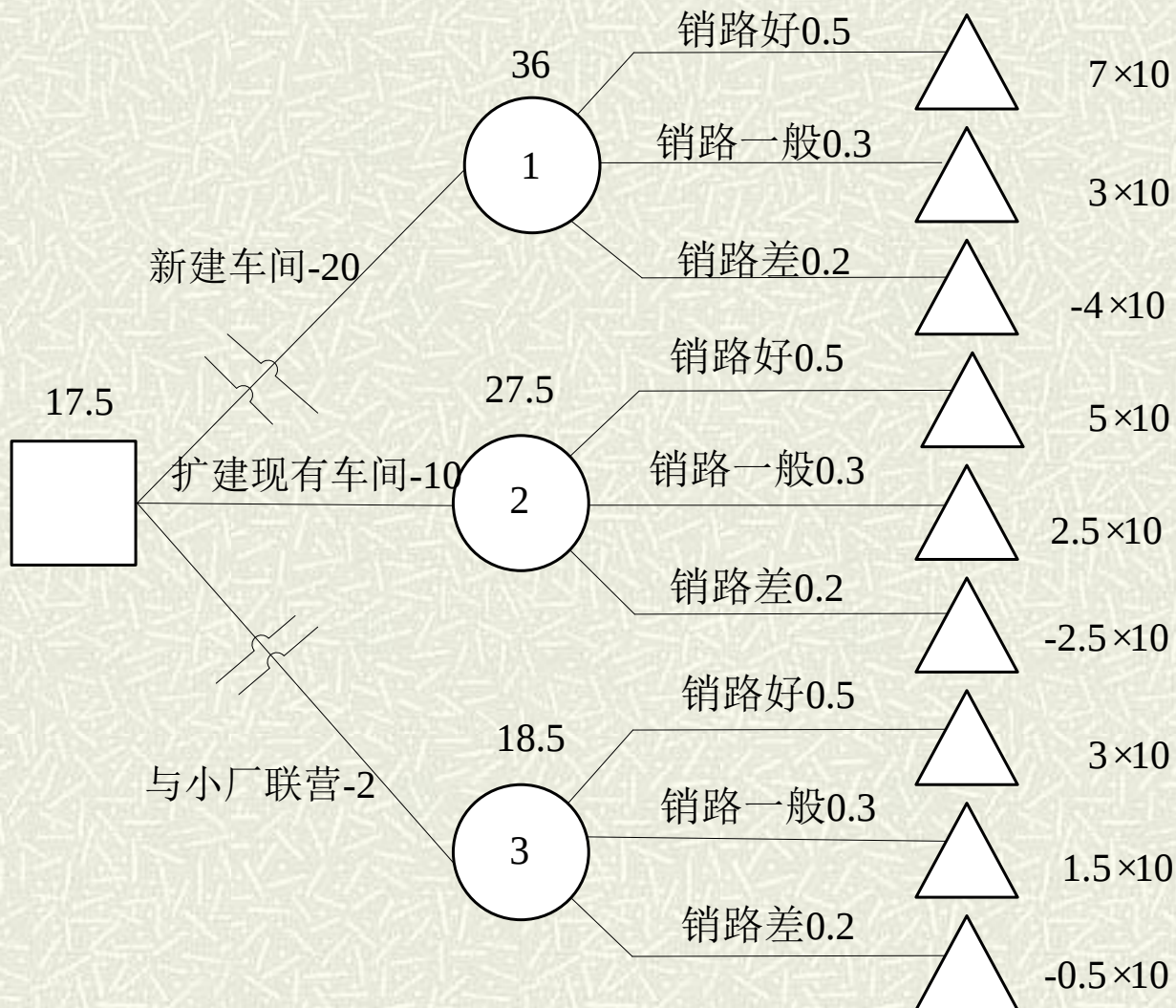
状态点 3（不筑堤）： $0+0.73 \times 0+0.25 \times 100+0.02 \times 500=35$ （万）；

第三步，进行决策：

将状态 1、2、3 的期望损失进行比较，可知最优决策方案是筑堤保护，并可知此时的期望损失为 15 万，将方案枝 1 和方案枝 3 剪枝。



某企业拟定一个企业经营战略决策。提出三个备选方案：建新车间、扩建现有车间、与小厂联合经营。这三个方案分别投资 20 万元，10 万元和 2 万元。据预测市场销售状况有三种情况：销路好、销路一般、销路差，它们发生的概率分别是 0.5，0.3 和 0.2。采取建新车间方案时，在三种销售状态下每年的收益值分别为 7 万元、3 万元和 -4 万元；采取扩建现有车间方案时，在三种销售状态下每年的收益值分别为 5 万元、2.5 万元和 -2.5 万元；采取与小厂联合经营方案时，在三种销售状态下每年的收益值分别为 3 万元、1.5 万元和 -0.5 万元。若企业经营年限为 10 年。试用决策树法做出合理的决策。



解：第一步，根据题意，画出决策树，如图 10.3.3 所示；

第二步，计算各结点的期望损失：

状态点 1（建新车间）： $[0.5 \times 7 + 0.3 \times 3 + 0.2 \times (-4)] \times 10 - 20 = 36 - 20 = 16$ （万）；

状态点 2（扩建现有车间）： $[0.5 \times 5 + 0.3 \times 2.5 + 0.2 \times (-2.5)] \times 10 - 10 = 27.5 - 10 = 17.5$ （万）；

状态点 3（与小厂联营）： $[0.5 \times 3 + 0.3 \times 1.5 + 0.2 \times (-0.5)] \times 10 - 2 = 18.5 - 2 = 16.5$ （万）；

第三步，进行决策：

将状态 1、2、3 的期望损失进行比较，可知最优决策方案是扩建现有车间，并可知此时的期望收益为 17.5 万，将方案枝 1 和方案枝 3 剪枝。